

文章编号:1004-7220(2011)02-0168-05

力学参数随深度变化的关节软骨数值模拟

周海宇, 李元超, 王成焘
(上海交通大学 机械与动力工程学院, 上海 200240)

摘要: **目的** 在软骨数值模拟中,对由于设置均匀和随深度变化的力学参数而导致的结果差异进行评估。**方法** 利用 COMSOL 多孔介质模块建立软骨非线性两相多孔介质模型。在静载荷下,分别用均匀和随深度变化的两种软骨力学参数对模型进行了计算,并对两者的计算结果差异进行了分析。**结果** 对于软骨总应力,两种参数设置的结果之间差异很小。但在分析软骨的固相应力、液体压力和流动等较深入细致的问题时,两种参数设置结果之间的差异不能忽略。**结论** 不同的软骨力学参数设置对软骨总应力的结果几乎没有影响,但对软骨内流速场则影响很大。所以均匀的力学参数设置可用来简化计算软骨总应力的问题,而其他一些更细致的分析需要立足于随深度变化的软骨力学参数。这些结论可以为今后的软骨建模和数值计算提供参考,为人工关节的设计和计算奠定基础。

关键词: 力学参数; 关节软骨; 依赖深度变化; 两相多孔介质; 数值模拟; 建模
中图分类号: O 241; R 318 **文献标志码:** A

Articular cartilage simulation using depth-dependent mechanical parameters

ZHOU Hai-yu, LI Yuan-chao, WANG Cheng-tao (*Department of Mechanical Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China*)

Abstract: Objective To evaluate the difference in articular cartilage simulation due to the application of either homogeneous or depth-dependent mechanical parameters. **Method** The nonlinear, biphasic, porous model of articular cartilage was built using poroelasticity module in COMSOL. Under the static load, the model was computed using homogeneous and depth-dependent parameter, respectively. The difference between the results was analyzed. **Results** For the total stress of cartilage, there was no remarkable difference between two parameter configurations. However, for the analysis such as solid phase stress, fluid pressure and flow velocity, the difference between two parameter configurations must be considered. **Conclusions** Different parameter configuration has negligible effect on the total stress of cartilage, but it is influential to the flow velocity. Therefore, homogeneous mechanical parameters should be used in order to simplify the total stress computation problem. The other more detailed analysis should be based on the depth-dependent parameters. These conclusions could be referred to for future cartilage modeling and numerical computation and thus laying a foundation for the design and computation of artificial joint.

Key words: Mechanical parameters; Articular cartilage; Depth-dependent; Biphasic porous media; Numerical simulation; Modeling

关节软骨是覆盖在关节骨端的一层软组织,其独特的力学特性能有效地抵抗关节冲击力,减低关

节面间的摩擦磨损,维持关节正常的运动及生理功能。因此,了解关节软骨的力学特性,使用关节软骨

收稿日期:2010-12-06; 修回日期:2011-01-16

基金项目:国家自然科学基金重大国际合作研究项目(30810103908/C100203)。

通讯作者:王成焘,教授,博士研究生导师, Tel: (021) 34206097; E-mail: ganvedo@sjtu.edu.cn。

的力学仿真计算来揭开软骨的抗磨损、承载能力至关重要,并且在临床关节病理学研究、人工关节的设计开发中起着重要作用。关节软骨力学模型的起源可以追溯到 19 世纪,而目前广泛使用的软骨模型则是 Mow 等^[1]学者在 20 世纪 80 年代采用物理学中的混合理论建立起的软骨两相多孔介质模型。该模型理论将软骨中的胶原纤维、蛋白多糖等固体物质作为固相基质,视为线弹性体;同时软骨中的水和电解液视为低速理想流体,以 Darcy 定律描述。这两者组成了关节软骨多孔弹性的本构关系:

$$\sigma = Ce - pI \quad (1)$$

式中: σ 称为软骨总应力; C 为固相基质的弹性矩阵,由弹性模量 E 与泊松比 ν 构成, e 为应变矩阵, Ce 称为固相应力; p 为孔隙压力, I 为单位矩阵, pI 称为液相应力。这个理论模型的出现成功解决了软骨力学中的固液耦合问题。然而,最初该模型计算中普遍使用线性、均匀的力学参数,与软骨实际的结构、力学特性差异较大,理论计算与实验结果存在一定差距,特别需要对这些力学参数进行修正。由于软骨在受力状态下会孔隙变形,导致渗透率降低,Mansour 和 Mow 引入了与应变相关的非线性渗透率,形成了软骨的非线性两相多孔介质理论^[2-3]。在此基础上,有学者又在大量软骨力学实验结果的基础上获得了随深度变化的孔隙度、弹性模量和泊松比这些力学参数^[4-6],进一步提高了该模型计算结果的精确度。

本文在以往的软骨数值计算的基础上^[3,7-8],将依赖深度变化的力学参数引入非线性两相多孔介质模型,将其结果与均匀力学参数的结果进行对比分析,明确由两种参数设置而导致的结果差异,为软骨力学进一步发展与人工关节的设计开发打下扎实的基础。

1 控制方程

在无物质反应、无质量交换、等温以及固体基质与液体皆不可压缩的条件下,关节软骨拟静态非线性两相多孔介质模型的方程组与 Biot 方程组在数学上等效^[9-10]:

$$k \nabla^2 p = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} + \frac{\partial \sigma}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

式中: k 为渗透率; p 为孔隙压力; ε 为体积应变,即 $\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$; u, v 分别是 x, y 方向的固体位移, σ 为引言中定义的软骨总应力。由于采用了真实应力和孔隙压力作为变量,约去了孔隙度和体积分,使得方程组更为简洁。

对于软骨控制方程中涉及的参数,将采用依赖深度变化、均匀两种力学参数分别进行计算。首先,依赖深度变化的泊松比参考 Salman 等^[6]的结果,其泊松比依赖深度变化的线性拟合公式为

$$\nu(y) = 0.05 + 0.1(y/h) \quad (4)$$

式中: y 是软骨从表面算起的深度; h 为软骨厚度。其次根据 Schinagl 等的软骨压缩模量实验结果^[7],结合上面依赖深度变化的泊松比,使用压缩模量和弹性模量的转换公式

$$E = \frac{H_A(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{1 - \nu} \quad (5)$$

得到依赖深度变化的固相基质弹性模量。最后依赖深度变化的非线性渗透率^[2,8]表达式为

$$k = k_0 \Psi(y) \exp(M\varepsilon) \quad (6)$$

式中: k_0 为参考渗透率; M 为材料常数,依文献取为 23; $\Psi(y)$ 为深度分布函数,即

$$\Psi(y) = 1 + 4.3(y/h) - 7.8(y/h)^2 + 3.1(y/h)^3 \quad (7)$$

另一方面,作为参考的均匀力学参数数值分别为:参考渗透率 $k_0 = 2 \times 10^{-16} \text{ m}^4 / (\text{N} \cdot \text{s})$,固相基质的参考弹性模量 $E_0 = 0.5 \text{ MPa}$,参考泊松比 $\nu_0 = 0.1$ 。

2 计算设置

本文在 COMSOL 3.5a 的多孔弹性模块中建立了二维软骨非线性两相多孔介质模型,该模块采用弱形式来求解控制方程。软骨模型的计算域长 40 mm、厚 2 mm(见图 1(a))。在边界设置中,上表面施加 2 kN 静态 Hertz 压力 $PD(x)$ 来模拟生理载荷,其分布根据下式计算:

$$b = \sqrt{\frac{8WR}{\pi E'}} \quad (8)$$

$$PD(x) = \frac{2W}{\pi b} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b^2}}, \quad -b < x < b \quad (9)$$

式中: b 为接触半宽; R 为等效股骨髁半径,0.1 m; W 为载荷,2 kN,处于人体正常生理载荷之内; E' 为

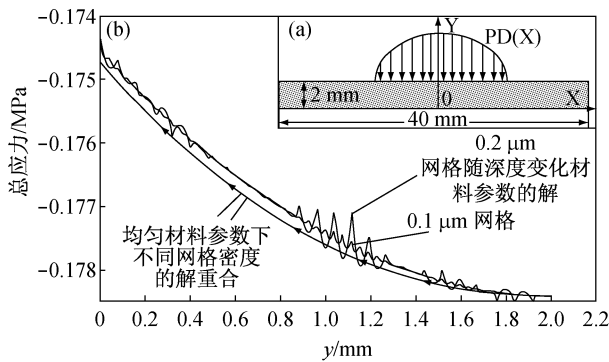


图1 计算区域与所加载荷(a)和不同网格尺寸所计算的软骨总应力(b)
Fig.1 Subdomain and load(a) and cartilage total stress calculation using different grid dimension(b)

软骨等效弹性模量。由于只计算一边软骨,考虑到液相承载能力,可以采用完整软骨的均匀弹性模量,10 MPa代入计算^[11]。

考虑到下表面是软骨底骨,渗透性比软骨小几个数量级而弹性模量却大几个量级,因此,设定为无位移无渗透,则

$$u_{底} = v_{底} = 0, \quad \partial p / \partial y_{底} = 0 \quad (10)$$

左右两边界对称,液体可自由留出,故左右边界条件为孔隙压力等于0,位移无约束。

$$p_{左} = p_{右} = 0 \quad (11)$$

计算精度为相对误差5%,计算时间0~50 000 s,解算器为Direct(UMPACK),时间步长由解算器自动调节。

整个计算区域使用三角单元划分,分别采用0.1 μm与0.2 μm 2种单元尺寸对两种参数设置下的软骨总应力进行网格独立性测试(见图1(b)),考虑误差积累,取50 000 s的结果进行比较。在均匀材料参数设置下,2种网格尺寸的解是重合的,所以网格密度对其结果没有影响;在随深度变化的材料参数设置下,不同网格尺寸的解存在差别,较小的网格的解波动较小,2种密度造成计算结果间的最大相对误差不大于3%,因此可以认为通过了网格独立性检验。在后面的计算中,使用0.1 μm的网格进行计算。

3 计算结果

为了突出结果在深度上的差异,排除其他干扰,选取了模型对称轴(Y轴)上的数据进行比较分析。

3.1 软骨总应力

从两种参数的总应力来看(见图2),两者数值极为接近,即使在软骨底部的最大差异,也仅仅相差5%,可以接受。所以总应力对两种参数设置并不敏感,可是依赖深度变化的力学参数的结果存在波动。通过加密网格再进行同样计算,发现该波动幅度和范围明显减小。因此可以确定这是网格因素造成的,力学参数随深度变化的结果需要更密网格来提高结果精度。而均匀参数的结果在同等网格条件下十分平滑。对于只需要软骨总应力的问题,在软骨模型中建议使用均匀的力学参数,既节省了计算资源,降低问题复杂性,又能提高结果精度。

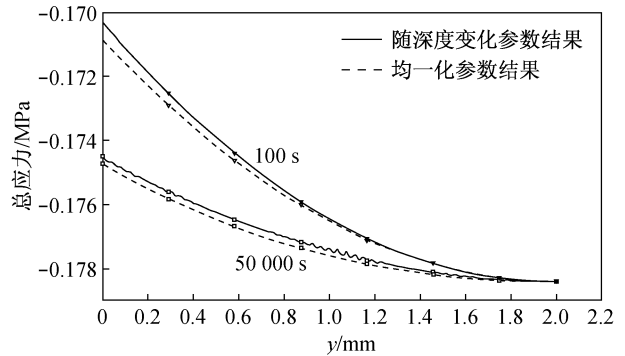


图2 Y对称轴上的软骨总应力分布
Fig.2 Cartilage total stress distribution on Y symmetric axis

3.2 孔隙压力与液体流场

通过比较液相孔隙压力与流场,发现两种不同的参数设置对结果有影响,如图3所示。

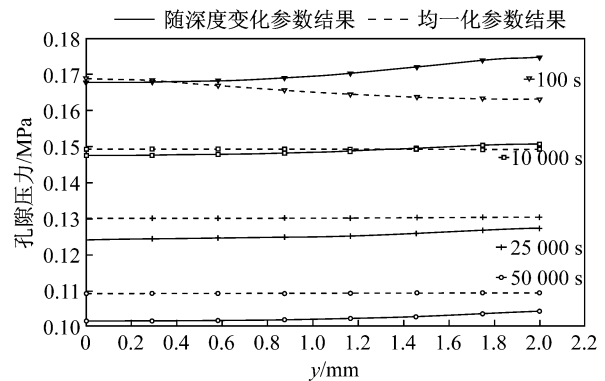


图3 Y对称轴上的软骨孔隙压力
Fig.3 Pore pressure on Y symmetric axis

首先,两者压力随深度分布趋势不一致,尤其在

100 s 时最为明显。另外在相同时刻的压力数值有差别,两者的相对误差最多可达 10% 左右。同时各个位置孔隙压力的改变使整个计算域内的液体流速场发生变化(见图 4)。均匀力学参数的流速场是由软骨底部向表面流动,向左右发散,这与文献[12]中的结果相反;而使用随深度变化力学参数的结果与文献[12]中的计算结果保持一致。所以使用均匀力学参数导致了计算结果错误;而通过使用随深度变化的力学参数,能够获得反映软骨中孔隙压力、流速场的正确结果。

图 4 中流线不对称是图像后处理的问题。流线是根据流速场连线绘制的,由于流速场的分布能反

映出结果是左右完全对称,理论上可以保证流线的对称。可在流线计算设置中,不是对称均匀地选取 Y 轴两边流线的绘制起始点,因此造成了左右流线不对称。另外,流场速度分布与流线不一致的错觉是由于图中液体速度箭头分布的显示不够精细。即流速的箭头在 X 方向上分布密度较低,且箭头有微小的方向偏转,不足以表现液体流动趋势,但使用流线这种辅助工具能凸显这些细节。其实图 4 上表面存在变形,但为了不对流场结果造成干扰,图中变形量的显示比例设为 1:1。而上表面的变形量最多只有几十个微米,所以这个变形量在图中 2 mm 尺度上看不出来。

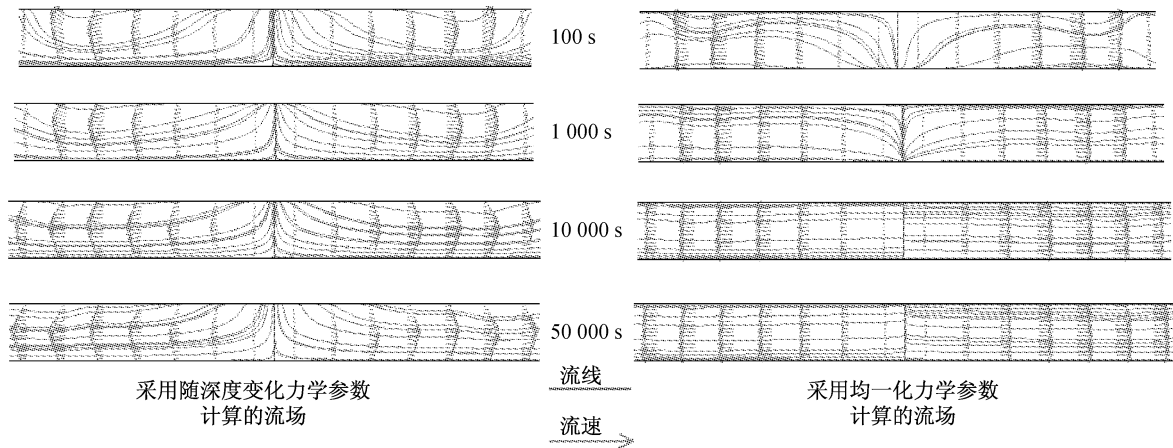


图 4 软骨截面上的流速与流线
 Fig. 4 Flow velocity and streamline on cartilage section

3.3 固相 Y 向正应力

两套不同的力学参数设置改变了软骨固相部分的应力(见图 5)。除了在 10 000 s 处两者较为接近,其他时刻都存在很大结果差距,在 100 s 时软骨表面的最大相对误差可达 300%。因此,在固相应力应变的计算中,均匀的力学参数计算结果较为粗糙,无法取代随深度变化的力学参数得出的计算结果。

3.4 固液相各自分担的载荷

关节软骨两相模型的核心为固液相各自分担一定比例的载荷。根据文献的报道,以液体承载为主的分担能力可达 95% ~ 99%^[13],使得软骨固相分担载荷的比例极低。这种被称为 Interstitial Pressurization 的液压作用使得软骨组织免于高应力的破坏,降低了关节面间的摩擦系数。液体分担载荷 L

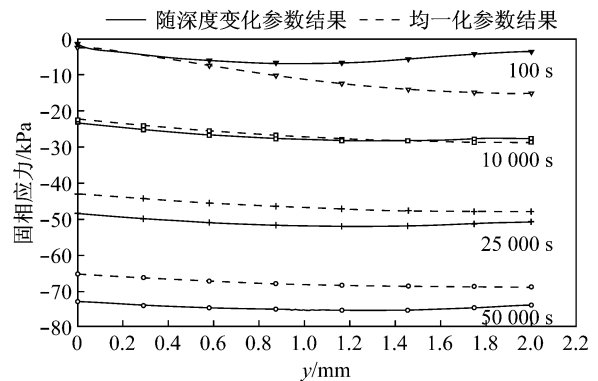


图 5 Y 对称轴上的固相应力中的 Y 方向正应力
 Fig. 5 Y normal stress of solid stress on symmetric axis

按孔隙压力 p 沿上表面(以 B 来表示)的线积分计算,固相分担载荷 S 按 Y 正应力 s_y 沿上表面的线积

分计算:

$$L = \int_B p dx \quad (10)$$

$$S = \int_B s_y dx \quad (11)$$

$$L + S = 2 \text{ kN} \quad (12)$$

两种参数的计算结果见图6。由于随深度变化的力学参数更接近天然关节软骨的结构力学特性,故其液体承载力在早期下降不明显,液体的流失也较小。这种维持液体承载力的特性,即延缓载荷由液相向固相部分转移的趋势,对减轻软骨固相负荷,保持软骨的生理健康及正常活动功能有很大帮助。而均匀参数液体承载力加速下降,固相承载互补性地加速上升,不能反映出软骨对固液载荷的调控能力。因此使用随深度变化的力学参数在固液相载荷分担的计算中更有优势。

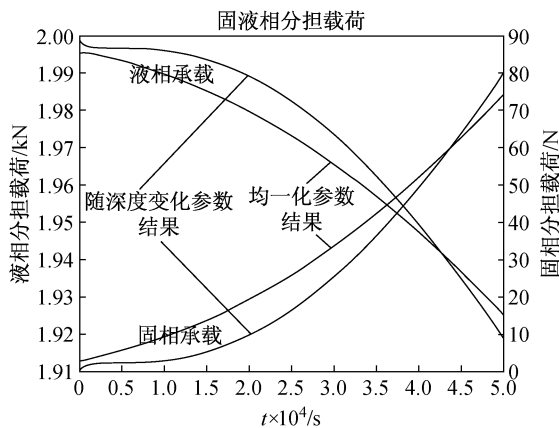


图6 上表面固-液相各自分担的载荷

Fig. 6 Load sharing between solid and liquid phase on upper surface

4 结语

通过分析两种参数设置的计算结果,确定了两者在软骨总应力的计算上并无明显差别,因此可以用均匀力学参数来完成计算,达到节省计算资源、简化问题的效果。但如果涉及软骨进一步的固-液相耦合问题,如孔隙压力与流场、固相应力与固液相载荷分担,两种计算结果的差异较大,不能忽略。特别是在计算液体流场时,必须使用随深度变化的力学参数才能够获得正确的结果。这些关于参数设置的计算经验,不但为日后的软骨力学数值计算奠定了

较好的基础,而且也为人工关节及软骨的设计制造提供了分析手段。

参考文献:

- [1] Mow VC, Kuei SC, Lai WM, *et al.* Biphasic creep and stress relaxation of articular cartilage in compression: Theory and experiments[J]. *J Biomech Eng*, 1980, 102(1): 73-84.
- [2] Mansour J, Mow VC. The permeability of articular cartilage under compressive strain and high pressure[J]. *J Bone Joint Surg Am*, 1976, 58(4): 509-516.
- [3] 刘馨燕,严波,刘海京. 关节软骨两相多孔介质非线性模型的有限元法[J]. *应用力学学报*, 2004, 21(2): 61-65.
- [4] Shapiro EM, Borthakur A, Kaufman JH, *et al.* Water distribution patterns inside bovine articular cartilage as visualized by 1H magnetic resonance imaging[J]. *Osteoarthritis Cartilage*, 2001, 9(6): 533-538.
- [5] Schinagl RM, Gurskis D, Chen AC, *et al.* Depth-dependent confined compression modulus of full-thickness bovine articular cartilage[J]. *J Orthop Res*, 1997, 15(4): 499-506.
- [6] Salman Chegini, Stephen J Ferguson. Time and depth dependent poisson's ratio of cartilage explained by an inhomogeneous orthotropic fiber embedded biphasic model[J]. *J Biomech*, 2010, 43(9): 1660-1666.
- [7] 严波,刘海京,张晓敏. 关节软骨力学行为的数值模拟[J]. *重庆大学学报*, 2003, 26(6): 138-141.
- [8] 刘馨燕,刘海京,李敏. 关节软骨的力学模型及其数值分析方法综述[J]. *后勤工程学院学报*, 2002, 3: 66-70.
- [9] McCutchen CW. Consolidation theory derived without invoking porosity[J]. *Int J Solids Struct*, 1998, 35(1-2): 69-81.
- [10] McCutchen CW. Cartilage is poroelastic, not viscoelastic (including an exact theorem about strain energy and viscous loss, and an order of magnitude relation for equilibration time)[J]. *J Biomech*, 1982, 15(4): 325-327.
- [11] Julkunen P, Harjula T, Marjanen J, *et al.* Comparison of single-phase isotropic elastic and fibril-reinforced poroelastic models for indentation of rabbit articular cartilage[J]. *J Biomech*, 2009, 42(5): 652-656.
- [12] Mansour JM, Mow VC. On the natural lubrication of synovial joints: Normal and degenerate[J]. *J Lubr Technol*, 1977, 99: 163-173.
- [13] Ateshian GA. The role of interstitial fluid pressurization in articular cartilage lubrication[J]. *J Biomech*, 2009, 42(9): 1163-1176.