

文章编号:1004-7220(2018)02-0108-06

针对3D打印材料孔洞应力集中计算的映射算法

岳怀俊^{1,2}, 蒋文涛^{1,2}, 王 宥^{1,3}, 万志鹏^{1,2}, 樊瑜波⁴

(1. 四川大学力学科学与工程系,成都 610065;2. 四川省生物力学工程实验室,成都 610065;
3. 破坏力学与工程防灾减灾四川省重点实验室,成都 610207;4. 北京航空航天大学 生物与医学工程学院,
生物力学与力生物学教育部重点实验室,北京 100191)

摘要:目的 利用映射算法以较小计算成本获得3D打印材料孔洞应力集中分布情况,为3D打印材料疲劳寿命预测及结构优化设计的有限元分析提供新方法。方法 提取单个孔洞应力集中影响范围内的节点及应力,并计算出各节点的应力集中系数。以寻找最近点的方式将无孔洞模型相应节点的应力值乘以不同的应力集中系数来体现孔洞的应力集中。若多节点映射到同一节点,则乘以多个应力集中系数的平均值;对距离边界较近的点,则乘以边界影响系数。结果 材料内部孔洞的映射结果与实际计算结果误差小于8%;而对于自由边界孔洞聚集的情况,误差小于15%。结论 映射算法能够有效表征3D打印材料孔洞的应力集中,以较小的成本获得含孔洞缺陷模型的应力分布。该算法为临床植入体优化设计及疲劳分析提供有限元结果。

关键词: 3D打印;微孔洞;映射算法;有限元方法;植入体

中图分类号: R 318.01 文献标志码: A

DOI: 10.16156/j.1004-7220.2018.02.003

Mapping Algorithm to Calculate the Stress Concentration on Microporous Structure of 3D-Printed Materials

YUE Huaijun^{1,2}, JIANG Wentao^{1,2}, WANG Chong^{1,3}, WAN Zhipeng^{1,2}, FAN Yubo⁴

(1. Department of Mechanical Science and Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, China; 2. Biomechanical Engineering Laboratory of Sichuan Province, Chengdu 610065, China; 3. Key Laboratory of Mechanics and Engineering Disaster Prevention and Mitigation of Sichuan Province, Chengdu 610207, China; 4. Laboratory for Biomechanics and Mechanobiology of Ministry of Education, School of Biological Science and Medical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: Objective To obtain the distribution of stress concentration on the microporous structure of 3D-printed materials through a mapping algorithm with low calculation cost, so as to provide a new method of finite element calculation of 3D-printed materials for the prediction of fatigue life and the optimization of structural design. **Methods** Node coordinates and stress values within the influential region of the single pore were extracted to calculate the stress concentration coefficients of different nodes. The nearest node to each node on the ideal model was determined by distance, and the corresponding coefficient was multiplied by its stress value. When the nearest nodes of several nodes were the same, the average of these coefficients was assigned. For the pores close to the edge, an edge coefficient must be multiplied to reduce the error. **Results** An error of less than 8% between the mapping result and the calculation result was achieved for the case in which the pores were not near

收稿日期:2017-07-03;修回日期:2017-09-20

基金项目:四川省应用基础研究项目(2016JY0182),国家重点研发计划项目(2017YFB0702500),国家自然科学基金项目(11502152)

通信作者:蒋文涛,教授,E-mail:scubme@aliyun.com

the edge, but for the case in which the pores were close to each other near the edge, the error was less than 15%.

Conclusions The mapping algorithm can effectively characterize the stress concentration of the microporous structure of 3D-printed materials, and determine the stress distribution with low cost. This novel algorithm provides the finite element result for the optimization design and fatigue analysis of implants in clinical applications.

Key words: three-dimensional (3D) printing; micro-pore; mapping algorithm; finite element method; implant

3D 打印材料已作为骨植入物广泛应用于人体^[1-3]。然而,由于 3D 打印材料存在尺寸很小的孔洞缺陷(微孔洞),极大降低了植入体的使用寿命^[4-10],对病人产生二次伤害甚至危及生命。因此,针对含孔洞缺陷的 3D 打印材料的力学性能分析十分重要。研究表明,热等静压处理减小打印材料内的孔隙量,会使得材料的疲劳极限提升 2~3 倍^[11],但现有技术不能做到完全消除材料内部孔洞。因此,考虑孔洞缺陷的影响是不能忽略的问题。

针对含孔洞缺陷材料应力集中分布的数值模拟方法包括:利用真实模型进行计算,利用单元模拟孔洞^[12-13],利用断层扫描图像的不同灰度来决定单元的弹性模量^[14],先计算出每个节点的孔隙率再算出应力分布^[15],利用断层扫描图像每个灰度不为零的像素点代表一个单元来计算应力集中^[16]。但上述方法都存在计算量巨大、不能较好体现应力集中分布等问题。因此,本文针对现有方法的不足,提出一种获取含孔洞缺陷材料应力集中分布的映射方法,并与真实模型进行对比,论证该方法的有效性。

1 模型与研究方法

3D 打印结构中孔洞的尺寸较小(半径 0.02 ~ 0.14 mm),且主要以单个个体形式分布在结构的不同区域^[10]。与整体结构相比,单个孔洞的影响范围较小。且每个孔洞的应力集中情况又是由其周围的受力情况决定。取含单个孔洞的六面体为 1 个基本单元,则任意含孔洞的模型都可以看成是由多个基本单元构成,基本单元不同的受力情况体现不同的应力集中。基于这种情况,根据基本单元模型的计算结果,提取孔洞影响范围内的节点坐标及其应力值,计算出该范围内不同节点的应力集中系数,通过在不含孔洞模型(理想模型)上的不同位置乘以不同的应力集中系数来表征孔洞存在位置的应力集中。

为了在理想模型上表征孔洞的应力集中,需要将理想模型上孔洞存在位置的节点应力大小改为应力集中的真实值。但从基本单元模型的计算结果中发现,由于外力载荷的非对称性使得孔洞周围的应力分布具有方向性,各方向上的应力大小不同。只改变单个节点的应力值只能体现最大应力而忽略方向性,不能体现孔洞周围应力集中的真实情况。为了尽可能接近真实模型的计算结果,利用基本单元模型得到的不同节点的应力集中系数,在理想模型上找到与每个节点最近的点,并将最近点的应力值乘以相应的应力集中系数。针对映射过程中存在的多点映射到同一节点的情况,采用将多个应力集中系数取平均值的方法减小误差。同时考虑边界效应,对距离外边界较近的点乘以边界影响系数,最终获得模型整体的应力分布情况。具体流程如图 1 所示。

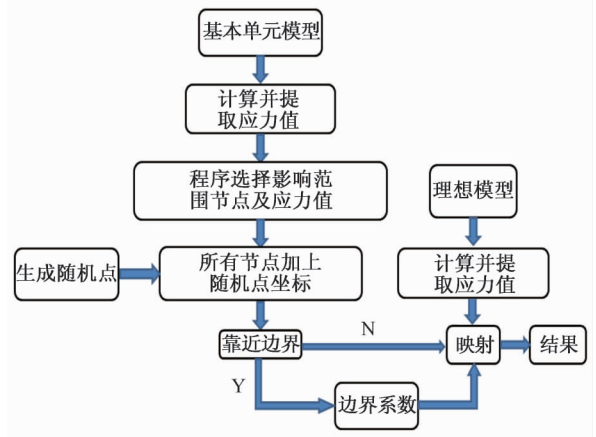


图 1 应力集中映射流程图

Fig.1 Flow diagram of mapping the stress concentration

研究发现,3D 打印材料中半径 0.02 ~ 0.04 mm 孔洞占比较大,但疲劳破坏都是从大孔洞起裂^[10],并且含孔洞的无限体拉伸和压缩的应力集中只与材料的泊松比有关^[17]。为便于计算,取半径为 0.1 mm 的圆孔为理想孔洞,提取基本单元计算结果周围半径 1 mm 范围内的节点作为映射数据库(见图 2)。根据

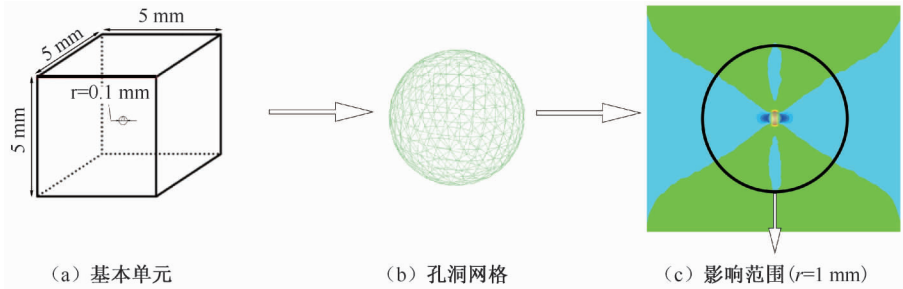


图2 映射数据库

Fig.2 Data of mapping (a) Basic unit of one pore model, (b) Grid of the pore, (c) Influential region

圣维南原理,为了避免边界对孔洞区域的影响,基本单元模型采用 $5\text{ mm} \times 5\text{ mm} \times 5\text{ mm}$ 立方体。

对于基本单元模型,网格的疏密影响计算结果的精确程度,进而影响映射结果。为此,本文验证了网格无关性,选择与加密前应力相差小于5%的单元尺寸($5\ \mu\text{m}$)。由于基本单元的每一个面只存在正应力和切应力的情况,计算并对比两种不同受力情况下的应力集中系数,发现两种情况下的应力集中系数相差较小($<7\%$)。为了便于计算,采用受正应力的基本单元提取孔洞周围的应力集中信息。

对于理想模型,单元尺寸越大,多节点映射到同一节点的概率就越大,映射误差也就越大;但网格越小,计算量会急剧增大。为此,比较不同单元大小下的映射情况,选择10倍孔洞单元尺寸大小作为理想模型的单元尺寸。

通过含孔洞模型的计算发现,孔洞对模型整体应力分布的影响并不是简单的叠加作用。应力大小会随着孔洞的相对位置以及孔洞与边界的距离变化,同时孔洞的不同程度的集中也会引起应力的较大变化,外载荷的不同又会导致应力集中方向性的改变。为了尽可能减小误差,使得到的应力分布云图与真实计算结果接近,分析不同因素对应力集中的影响,并在映射过程采用不同方法降低这些因素带来的误差。

由于提取孔洞影响范围为 1 mm ,当两个及多个孔相互距离小于 1 mm 时映射区域会产生重叠。事实上,3D打印材料的孔洞相互距离较小,在映射过程中很容易存在两个及多个孔相互影响的情况(不同孔洞的节点映射在同一节点上)。针对该问题,采用将多个节点的应力集中系数求平均值的方法,并比较3种特殊情况(单孔、两孔、3孔)的计算与映

射结果(见图3)。分析发现,单孔映射结果较为理想,多孔之间相互影响的映射情况虽有误差,但误差都集中在低应力区域,且都在 $5\% \sim 10\%$ 范围内。因此,针对孔洞相互影响的问题采用求均值的方式来降低误差是合理的。

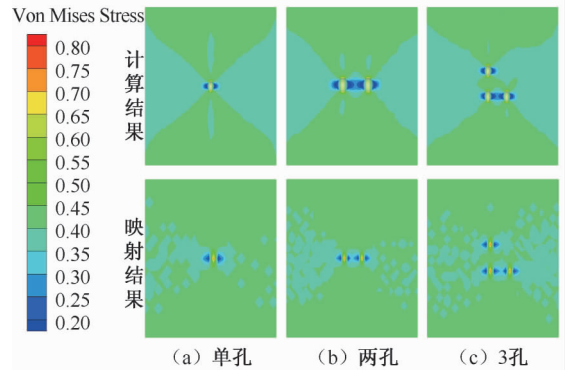


图3 多孔情况下理想模型与真实模型对比

Fig.3 Comparison between ideal model and real model under multiple pore situation (a) Model with a single pore, (b) Model with two pores, (c) Model with three pores

针对孔洞间相对位置对应力集中影响的问题,首先考虑孔洞两两距离较近的情况。由于基本单元每个面只有受正应力和切应力的情况,故利用基本单元模型分别计算受正应力和切应力的两个孔洞在不同距离下的应力集中(见表1)。通过与单孔应力集中相比较可知,随着孔洞间距离的增大,孔洞相对位置对应力集中的影响越来越小。考虑误差较大的情况($>10\%$),例如相互距离 $<0.4\text{ mm}$ 时,应该调整应力集中的映射值。但由于在真实情况下,此类情形出现的概率较小,故在实际映射过程中未纳入考虑范围。此外,对于多个孔洞相互距离较近的情况,相同距离下不同位置引起的应力集中不同,不同数量的孔洞集中引起的应力增大也不

相同。因此,对于此类情况没有很好的量化标准,在实际映射过程中很难判断。基于上述情况,为了获得孔洞应力集中的情况,未考虑孔洞聚集引起最大应力变化的情况。

表 1 不同孔洞间距下的最大应力

Tab.1 Maximum stress at different relative distances of two pores

距离/mm	正应力/mPa	误差/%	切应力/mPa	误差/%
0.3	2.97	15.8	6.45	19.9
0.4	2.82	9.7	6.02	11.9
0.5	2.76	7.7	5.63	4.5
0.6	2.77	8.1	5.28	1.8
0.7	2.78	8.4	5.29	1.6
0.8	2.76	7.7	5.43	1.0
0.9	2.75	7.1	5.35	0.6
1.0	2.73	6.5	5.34	0.7
1.1	2.75	7.3	5.34	0.7
1.2	2.69	5.0	5.34	0.7
1.3	2.75	7.3	5.31	1.2

除上述影响因素以外,边界效应也是影响应力集中的主要因素。距离自由边界越近,孔的应力集中就越大。考虑当基本单元的某一个面位于所计算理想模型的自由面,则边界对孔洞应力集中的影响应该与基本单元中边界对孔洞的影响一致。因此,为了获得体现边界效应的边界影响系数,选择基本单元中的一个面为自由面。由于边界影响系数是一个无量纲常数,其大小与含孔洞应力和不含孔洞应力相关,与基本单元受力情况无关,故在相同载荷情况下计算出单个孔洞在不同边界距离下的最大应力(见表 2)。

表 2 不同边界距离下的孔洞最大应力

Tab.2 Maximum stress at different distances to the boundary

边界距离/mm	σ_{\max}/MPa	边界距离/mm	σ_{\max}/MPa
0.02	5.042	0.60	2.777
0.10	3.367	0.70	2.767
0.20	3.007	0.80	2.755
0.30	2.882	0.90	2.750
0.40	2.849	1.00	2.745
0.50	2.803		

通过 MATLAB 进行曲线拟合(见图 4),得到代表不同距离下边界系数的 2 次方程为:

$$y = (0.062 \times x^{-0.32} + 0.69)/0.78$$

由图 4 可以看出,随着边界距离的增加,曲线趋于平稳,表明边界效应的影响逐渐减小。根据所

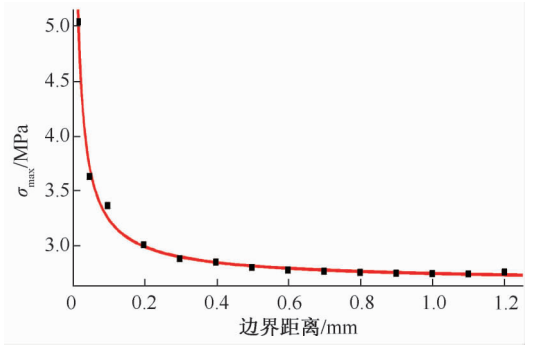


图 4 不同边界距离下最大应力的 2 次函数拟合曲线

Fig.4 Quadratic fitting curve of the maximum stress at different distances to the boundary

得数据,求得在不同距离下前后应力值相差小于 1% 的边界距离(本文为 0.6 mm),对大于该距离的区域不考虑边界效应。

由于受力情况的不同,使得孔洞的应力集中具有方向性。针对不同应力情况下应力集中的方向性问题,依据理想模型提取出的孔洞位置节点的正应力和切应力,根据张量矩阵的特征方程求得主值和主方向,依据 3 个主方向求得合力的方向,再对提取节点的坐标进行坐标变换,最终得到与实际情况方向相同的映射结果。

2 结果

为验证该算法在计算任意含孔洞模型中的有效性,选择髌关节植入体模型作为映射的理想模型。为获得随机的孔洞分布,利用 MATLAB 在给定区域内生成随机点作为孔洞存在位置的坐标。利用程序将孔洞的应力集中映射到理想模型,并将所得结果与真实模型进行比较(见图 5)。

通过对映射结果以及真实模型计算结果的分析(见图 6)发现,当孔洞较为稀疏时,孔洞间的相互影响较小,映射的结果较为理想。而当孔洞较为密集时,则误差较大。在相互距离较近同时距离边界较近的情况下,则误差更大(位置 5)。这是由于本文未考虑孔洞间的相互影响,洞间的相互作用与边界效应产生叠加,导致误差增大。因此,该方法虽然对于某些特殊情形存在一定的误差,但在获得缺陷材料的应力分布规律上是有效的。

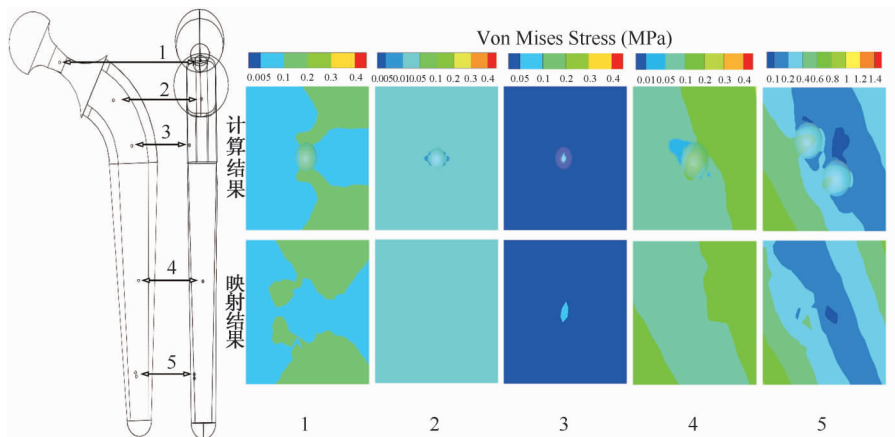


图5 髋关节植入体不同孔洞位置的计算结果和映射结果

Fig. 5 Calculation and mapping results of stress distributions on hip implants at different positions of pores

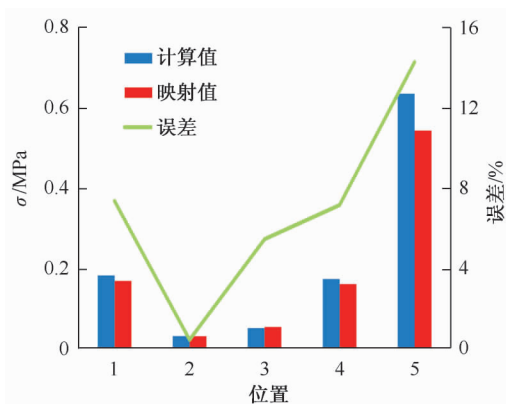


图6 不同孔洞位置的误差

Fig. 6 The error at different positions of pores

3 讨论

对于理想模型单元尺寸的选择,若单元尺寸较小,则网格量较大,会极大增加理想模型和映射过程的计算量。但若单元尺寸较大,由于很多点都映射到了同一点,映射的结果不能看出应力集中的方向性。因此,理想模型单元尺寸最好是真实模型最小单元尺寸的10~15倍。

与传统计算方式相比较,映射算法的计算效率将显著提高。当采用含50个孔洞的模型计算时,网格量为 1×10^6 ,采用i5处理器,随机存取存储器(RAM)为8GB的计算机由于内存不足不能计算出结果。而在相同配置下,使用映射方法,采用距离直接判断映射点运行时间为6h。在实际应用中,由于3D打印材料的孔洞密度约为7个/ mm^3 ,对

于最小的牙种植体模型(体积约为 250 mm^3)孔洞数近 1.7×10^3 个。采用传统计算方式,为保证精度,网格量将达到 2×10^7 左右,假定总体刚度矩阵的稀疏度为0.5%,按对称格式存储,采用双精度数据存储,则需要3TB的运行内存才能完成计算。常规实验室所采用的工作站很少能达到此要求。即使满足硬件条件,以ABAQUS为例, 2×10^7 网格量即使运用300核大型服务器也需要将近10d的时间。加上前期的建模工作,获取计算结果的成本将更大。而对于映射算法,即使采用16核、32GB配置,也只需要3d时间便能获得计算结果。若使用更高性能的计算机或者对程序进行优化(例如分区寻找最近点),则程序运行时间还会大大缩短。由此可见,本文提出的映射算法对快速获得3D打印所形成的多孔洞结构有限元分析结果具有显著的效率优势。

本文算例的孔洞是规则球形,而实际3D打印材料所含孔洞形状是不规则的且各不相同。孔洞的不规则程度(即球度)将导致不同的应力集中,会对映射结果产生一定的影响,这是本文方法没有考虑的。如果考虑每个孔洞的球度差异,其计算量将大大增加。而已有研究发现,电子束熔融(electron beam melting, EBM)技术打印的材料孔洞的球度分布在0.25~0.35,大小以小于 $2 \times 10^{-4} \text{ mm}^3$ 孔洞为主。孔洞形状越小,对应力集中的影响越小。由此可见,用简化的球形孔洞代替复杂的不规则孔洞,其结果分布在定性上是一致的,在定量上的差异是有限的。即便必须考虑孔洞形状的影响,可根

据孔洞球度的分布规律,在计算量增加可容忍的情况下,针对性地建立理想模型,进而获得相对合理的映射结果。

4 结语

本文针对 3D 打印植入体的多孔洞现象,为快速获得相对真实的植入体结构应力分布规律,提出一种计算孔洞附近应力集中的映射算法,避免了传统有限元计算方式需要建立真实孔洞模型、超大网格计算量、超长计算时间的问题,以较小的代价获得含孔洞缺陷模型的应力集中分布情况。并以髋关节植入体为例,对比发现映射结果能较好体现真实孔洞的应力集中。结果表明,该算法是一种有效并且高效的计算含 3D 打印孔洞模型应力集中的方法。对于相互距离较近且同时距离模型边界较近的孔洞以及孔洞聚集的情况,存在一定误差,需今后进一步研究。

参考文献:

[1] 徐翔燕,王冬梅,尹建文,等. 个性化踝关节假体的设计及三维有限元分析[J]. 医用生物力学, 2015, 30(5): 404-409.
XU XY, WANG DM, YIN JW, *et al.* Design and 3D finite element analysis of personalized ankle prosthesis [J]. J Med Biomech, 30(5): 404-409.

[2] HUANG YH, SEELAUS R, ZHAO L, *et al.* Virtual surgical planning and 3D printing in prosthetic orbital reconstruction with percutaneous implants: A technical case report [J]. Int Med Case Rep J, 2016, 9: 341-345.

[3] NYBERG EL, FARRIS AL, HUNG BP, *et al.* 3D-printing technologies for craniofacial rehabilitation, reconstruction, and regeneration [J]. Ann Biomed Eng, 2017, 45(1): 1-13.

[4] ALJENAEI F, CATELAS I, LOUATI H, *et al.* Effects of hip implant modular neck material and assembly method on fatigue life and distraction force [J]. J. Orthop Res, 2017, 35(9): 2023-2030.

[5] HERNANDEZ-RODRIGUEZ MAL, CONTRERAS-HERNANDEZ GR, JUAREZ-HERNANDEZ A, *et al.* Failure analysis in a dental implant [J]. Eng Fail Anal, 2015, 57

(3): 236-242.

[6] 徐志宏,陈东阳,邱旭升,等. 髋关节置换术后骨水泥股骨假体断裂原因分析及处理[J]. 中华骨科杂志, 2010, 30(6): 544-547.

[7] SEIFI M, SALEM A, SATKO D, *et al.* Defect distribution and microstructure heterogeneity effects on fracture resistance and fatigue behavior of EBM Ti-6Al-4V [J]. Int J Fatigue, 2016, 94(1): 263-287.

[8] GÜNTHER J, KREWERTH D, LIPPMANN T, *et al.* Fatigue life of additively manufactured Ti-6Al-4V in the very high cycle fatigue regime [J]. Int J Fatigue, 2016, 94(1): 236-245.

[9] LEUDERS S, THÖNE M, RIEMER A, *et al.* On the mechanical behaviour of titanium alloy TiAl6V4 manufactured by selective laser melting: Fatigue resistance and crack growth performance [J]. Int J Fatigue, 2013, 48(3): 300-307.

[10] 万志鹏,王宠,蒋文涛,等. 孔洞缺陷对 3D 打印 Ti-6Al-4V 合金疲劳试样应力分布的影响[J]. 实验力学, 2017, 32(1): 1-8.

[11] HRABE N, GNÄUPEL-HEROLD T, QUINN T. Fatigue properties of a titanium alloy (Ti-6Al-4V) fabricated via electron beam melting (EBM): Effects of internal defects and residual stress [J]. Int J Fatigue, 2016, 94(1): 202-210.

[12] LI SJ, LIU YX, HE YU. Numerical simulation of relationship between thermal conductivity of porous material and fractal dimension [J]. Rock Soil Mech, 2009, 30(5): 1465-1470.

[13] GONG LY, GAO YY, ZHANG HA. Mechanical model and visco-elastic properties research for porous materials [J]. J Hunan Univ Sci Technol, 2010, 25(1): 34-37.

[14] 朱炼兵. 基于缺陷信息传递的铸件服役性能预测方法研究[D]. 南昌: 南昌大学硕士学位论文, 2014.

[15] 李小龙. 铸造缺陷的三维重构及其对铸件服役性能的影响[D]. 南昌: 南昌大学硕士学位论文, 2012.

[16] 董鹏飞,雷建银,刘海波,等. 基于 CT 图像的股骨上段有限元建模及单元尺寸分析[J]. 医用生物力学, 2016, 31(2): 129-134.
DONG PF, LEI JY, LIU HB, *et al.* Finite element modeling of proximal femur and element size analysis based on CT images [J]. J Med Biomech, 2016, 31(2): 129-134.

[17] 航空工业部科学技术委员会. 应力集中系数手册[M]. 北京: 高等教育出版社, 1990.