

# 基于神经网络的生物组织松弛阶段力学建模

胡凌燕, 周文锦

(南昌大学 信息工程学院, 南昌 330031)

**摘要:**目的 以猪肾为例,通过一系列对比和类比实验分析生物组织松弛阶段压应力变化的影响因素,并建立较为准确且具有一定泛化性的生物组织松弛阶段力学模型。方法 利用自搭建力学实验平台,对猪肾实施不同情况下压应力松弛实验。分析实验数据并整理作图,总结影响力变化的各种因素。基于获得结论采用神经网络学习算法,对猪肾松弛阶段力变化过程进行建模。结果 预挤压压力、松弛时间为生物组织松弛阶段压应力变化的主要影响因素。测试样本验证实验平均误差为 6.4 mN,泛化样本验证实验平均预测误差为 34.9 mN,建模效果良好。结论 神经网络建模算法具有泛化能力强、容错性好等优点,有利于为虚拟手术系统提供更为真实的力触觉反馈预测,对非线性生物组织力学建模而言是一种新思路。

**关键词:**应力松弛;生物力学建模;神经网络算法;黏弹性;泛化性

**中图分类号:** R 318.01 **文献标志码:** A

**DOI:** 10.16156/j.1004-7220.2021.02.011

## Biomechanical Modeling of Tissues at Relaxation Stage Based on Neural Network

HU Lingyan, ZHOU Wenjin

(School of Information Engineering, Nanchang University, Nanchang 330031, China)

**Abstract:** **Objective** Taking pig kidney as an example, through a series of comparative and analogical experiments, the influencing factors of compressive stress at relaxation stage of biological tissues were analyzed, and a more accurate and widely applicable biomechanical model at relaxation stage was established. **Methods** The compressive stress relaxation experiments of pig kidney under different conditions were carried out by using the self-built mechanical experiment platform. The collected data were analyzed and mapped, and various factors affecting the relaxation force changes were summarized. Based on the conclusion, the neural network learning algorithm was used to model the force change process at relaxation stage of pig kidney. **Results** The pre-extrusion pressure and relaxation time were the main influencing factors for compressive stress changes of biological tissues at relaxation stage. The average error of test sample validation experiment was 6.4 mN, and the average prediction error of generalization sample validation experiment was 34.9 mN, so the modeling effect was good. **Conclusions** Neural network modeling algorithm has the advantages of strong generalization ability and good fault tolerance, which contributes to providing more realistic force tactile feedback prediction for virtual surgery system. It is also a new idea for mechanical modeling of nonlinear biological tissues.

**Key words:** stress relaxation; biomechanical modeling; neural network algorithm; viscoelasticity; generalization

由于培养周期长,我国医务人员整体数量不足<sup>[1]</sup>。其中外科医生培养成本最高,手术训练资源的稀缺与伦理问题,促进虚拟手术系统逐步引入外科医生的培训。但由于生物力学建模的复杂性,虚拟手术系统大都缺乏实时准确的力反馈,这导致虚拟手术系统缺乏术中临场感难以被推广<sup>[2]</sup>。黏弹性是生物力学建模的难点,即生物组织同时具有弹性固体和黏性流体的特性<sup>[3]</sup>。如今主流建模方法有弹簧阻尼法、函数法与有限元法。

弹簧阻尼法是将弹簧阻尼串并联以模拟软组织黏弹性。Wang 等<sup>[4]</sup>利用标准线性固体模型、双麦克斯韦臂维切特(double Maxwell-arm Wiechert)模型、三麦克斯韦臂维切特(triple Maxwell-arm Wiechert)模型分别拟合了猪肝猪脾黏弹性曲线。Natali 等<sup>[5]</sup>利用 Wiechert 模型描述黏弹性体的应力松弛问题。Takács 等<sup>[6]</sup>提出一种基于非线性质量-弹簧-阻尼器的肝组织表面形变与力模型。李睿等<sup>[7]</sup>构建基于 Kelvin-Voigt 体的变参数非线性模型,研究循环应变下椎间盘应力松弛。李慧等<sup>[8]</sup>使用 Prony 模型模拟力矩松弛特性。函数法主要基于本构方程及实验数据拟合。朱伟民等<sup>[9]</sup>利用对数函数描述肾动脉的归一化松弛应力。Frate 等<sup>[10]</sup>利用 3 种不同本构关系描述弹性应力响应,评价准线性黏弹性模型预测韧带和肌腱应力松弛行为的能力。有限元法通过将求解域划分为多子域来计算复杂力学问题。Qiang 等<sup>[11]</sup>提出一种有限元模型,用于拟合鸡胸肉的松弛曲线。杨海艳等<sup>[12]</sup>则采用非线性有限元方法讨论残肢与接受腔界面应力分布情况。

但上述方法均对参数准确性的依赖程度很高,计算量大且容错率低,不能普遍适用于多种情况。为解决这个问题,本文以猪肾压应力松弛为例,将神经网络学习算法融入生物力学建模,提升模型的泛用性与鲁棒性,规避复杂的参数计算或低普适性参数拟合。研究结果不仅能够加深对生物组织松弛阶段力变化特点的认识,而且对生物力学建模方法的创新也具有一定指导意义。

## 1 材料与方法

### 1.1 实验材料

实验中所使用的两个猪肾均来源于南昌市生

鲜市场的健康成年猪,体质量 100~120 kg,于被宰杀后 24 h 内获取并立即使用生理盐水浸泡,放入冷藏箱带回实验室,保证于 6 h 内完成实验。

实验开始前提前将猪肾取出,置于 25 °C 室温环境中复温。选取肾窦为松弛实验对象,复温后立即进行实验。实验过程中为防止表层风干而影响实验结果的准确性,适时喷洒生理盐水。

### 1.2 方法

**1.2.1 实验平台搭建** 实验平台利用 QUANSER 公司在 DENSO 机械臂基础上开发的六自由度开放结构机械臂作为被控对象,基于 QUARC 软件在 MATLAB 平台编写控制程序,令机械臂能按照需求动作。为了便于实时精确读取压力,在机械臂末端连接 ATI 六维力传感器。最后在力传感器下加装专用夹具,保证在不影响力传感器数据读取精确性的前提下能便捷更换实验器械。实验平台(见图 1)的具体操作为:控制机械臂带不同直径圆柱销匀低速挤压猪肾肾窦区域,至力传感器读取力达预设初始挤压力时,停止机械臂的运作,读取停止动作期间力传感器的变化数据。

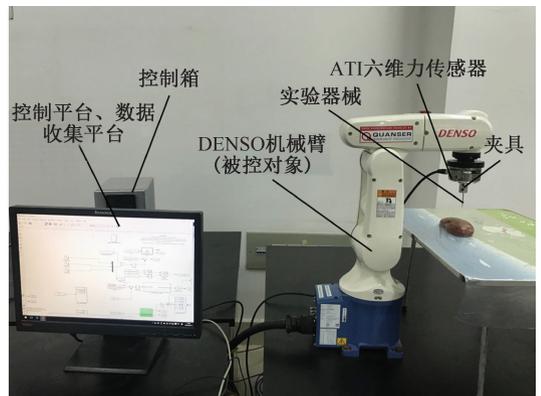


图 1 实验平台

Fig.1 Experimental platform

**1.2.2 实验分组及设计思路** 为便于直观分析松弛力影响因素,依据控制变量法与固体力学原理分析设计实验分组(见表 1)。表 1 中实验组别命名规则为:实验猪肾 X(Y)-Small(Big)圆柱销+实验组编号。

为保证排除实验结果的偶然性并降低测量数据误差,上述每组实验均重复进行 3 次。如表 1 所示,12 组实验囊括不同的松弛时间、初始挤压力、挤

表 1 实验分组

Tab.1 Grouping of experiments

实验组别	猪肾	圆柱销直径/mm	初始挤压力/N
X-S1	X	6	1.319
X-S2	X	6	3.792
X-S3	X	6	6.442
X-B1	X	10	1.846
X-B2	X	10	3.083
X-B3	X	10	5.956
Y-S1	Y	6	1.589
Y-S2	Y	6	3.972
Y-S3	Y	6	6.038
Y-B1	Y	10	1.992
Y-B2	Y	10	3.507
Y-B3	Y	10	6.012

压面积及个体,共计 4 类对比、类比组。① 不同松弛时间:每组实验均可观察不同松弛时间下猪肾的力变化。② 不同初始挤压力:例如 X-S1 组、X-S2 组与 X-S3 组,控制相同直径圆柱销匀低速挤压同一猪肾,分别挤压至圆柱销受力达 1、3、6 N,代表小、中、大 3 种初始挤压力。③ 不同挤压面积:例如 X-S1 组与 X-B1 组,选取两种直径的圆柱销,保证初始压力相同,分别对同一猪肾进行压应力松弛实验。④ 不同个体:例如 X-S1 组与 Y-S1 组,选取两个取自不同个体的猪肾,分别进行相同条件下的压应力松弛实验。由于生物各异性导致个体差异,需要进行此类比实验,对模型进行泛用性测试,防止建模结果存在偶然适用性。同时,个体因素包含组织含水量、组织内部结构、组织密度等随机因素,难以被精确定量分析,故不把它列入本文的影响因素分析中。

需说明的是,由于微小的应变改变体现在应力变化上都很明显,且猪肾表面并不平整,实验中想保证相同初始挤压力,对机械臂控制而言难以达到十分精确,故本实验在同初始挤压力下并非严格意义的完美控制变量。

**1.2.3 神经网络建模与准确性检验方法** 建模是寻找自变量与因变量之间映射关系的过程,在这方面神经网络具有其优越性:首先,神经网络的监督学习可以依据已知样例的迭代学习,快速获得输入输出间映射关系,这种映射关系以连接权值与阈值形式表现,类似大脑神经元,可以描述各种非线性关系;其次,神经网络具有泛化能力,即神经网络对

未在训练(学习)过程中遇到的数据仍可以得到合理的输出,使得利用神经网络建立的模型更具有普遍适用性<sup>[13]</sup>。

通过实际实验数据分析,可得出松弛时间与初始挤压力为猪肾松弛阶段力变化主要影响因素的结论。基于此,本文设计了简单的多层全连接前馈神经网络(见图 2)。为便于求导计算,选择 Sigmoid 函数为激活函数,即图 2 中  $\varphi$  函数,利用误差反向传播算法进行训练。神经网络隐含层节点的选取无绝对理论依据,一般依照训练表现与经验,不断调整获取最佳值。多次尝试训练结果显示,双输入单输出神经网络在隐含层节点为 4 时训练效果最好,故本文设计隐含层节点数为 4。

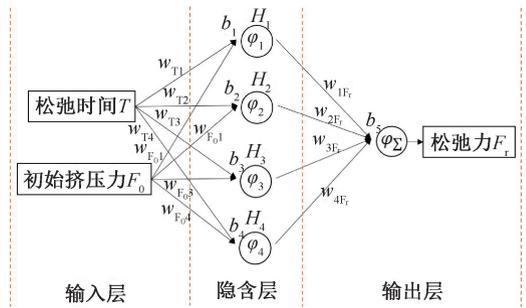


图 2 神经网络结构图

Fig.2 Structure diagram of neural network

误差反向传播算法的原理公式如下:

首先进行数据归一化处理,将输入输出数据归一化至 0~1 之间,即:

$$A = (A - A_{\min}) / (A_{\max} - A_{\min}) \quad (1)$$

随机为连接权值、阈值赋初值,进行输入层至隐含层的计算,其中  $w$  为连接权值, $w$  的下标表示连接节点, $b$  为各神经元阈值,以  $H_1$  节点为例:

$$H_{1in} = T \cdot w_{T1} + F_0 \cdot w_{F_01} + b_1 \quad (2)$$

$$H_{1out} = \frac{1}{1 + e^{-H_{1in}}} \quad (3)$$

进行隐含层至输出层的计算:

$$O_{in} = H_{1out} \cdot w_{1F_r} + H_{2out} \cdot w_{2F_r} + H_{3out} \cdot w_{3F_r} + H_{4out} \cdot w_{4F_r} + b_5 \quad (4)$$

$$O_{out} = \frac{1}{1 + e^{-O_{in}}} \quad (5)$$

误差计算:

$$E = \frac{1}{2} \cdot (F_r - O_{out})^2 \quad (6)$$

反向计算修改连接权值,以  $w_{1F_r}$  为例:

$$w'_{1F_r} = w_{1F_r} - \eta \cdot \frac{\partial E}{\partial w_{1F_r}} \quad (7)$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_{1F_r}} = \frac{\partial E}{\partial O_{out}} \cdot \frac{\partial O_{out}}{\partial O_{in}} \cdot \frac{\partial O_{in}}{\partial w_{1F_r}} = - (F_r - O_{out}) \cdot O_{out} (1 - O_{out}) \cdot H_{1out} \quad (8)$$

式中: $\eta$  为学习率,可根据训练情况设定该数值。以此类推,更新全部连接权值阈值,再循环前述步骤,不停迭代直至误差达到期望值以下或达到最大训练次数。

利用神经网络算法建模及模型预测准确性校验的基本步骤是:

(1) 对表 1 所述 12 组实验,采集时间与压力数据。对预采集数据进行数据清洗,去除无关与错误数据。其中,非松弛阶段数据视为无关数据,异常骤变数据视作错误数据。再将数据整理为包含松弛时间、初始挤压力的输入矩阵及其对应松弛力的输出矩阵,两矩阵整合为一样本。以猪肾 X 实验数据作为建模样本,以猪肾 Y 实验数据作为泛化样本。

(2) 将建模样本随机按 500 : 1 划分为训练样本组与测试样本组,将训练样本组放入神经网络进行训练,设置最大训练次数为 5 000,训练精度为  $10^{-7}$ ,学习率为  $10^{-2}$ 。

(3) 利用测试样本组评估模型的准确性,期望平均误差小于 10 mN,通过不断评估学习最终得到最优神经网络模型。

(4) 利用泛化样本对建模结果进行泛化测试,即将猪肾 Y 的输入矩阵代入神经网络模型得到预测输出矩阵,计算预测力与实验测量力之间的误差,若平均误差低于期望值 50 mN 则可判断该模型合格,否则返回第 2 步重新训练。

## 2 结果

### 2.1 生物组织松弛力影响因素分析

**2.1.1 松弛时间** 以表 1 中 X-S3 组实验数据为例,将力传感器读取数据换算为应力。力变化曲线先陡峭后平缓,说明松弛阶段力下降速率先急后缓[见图 3(a)]。为了量化显示力下降速率的变化,取 0.4 s 为采样间隔,计算力随时间的变化率。在松弛前 5 s 力变化率较大,20 s 后力变化率基本稳定在一个较低

值处振荡[见图 3(b)]。实验结果证明,松弛时间是影响生物组织松弛阶段力变化的关键因素。

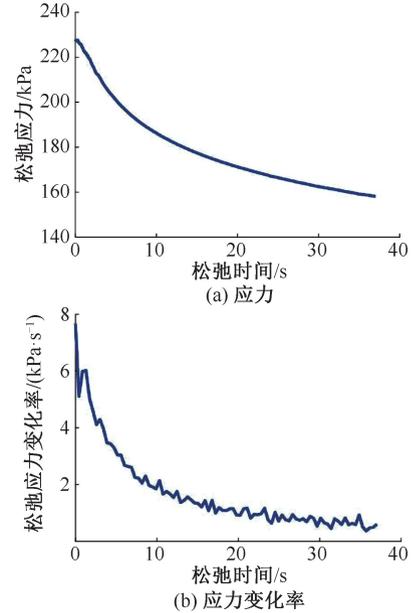


图 3 松弛应力和应力变化率随松弛时间变化曲线

Fig.3 Variation of relaxation stress and stress rate with relaxation time (a) Stress, (b) Stress rate

**2.1.2 初始挤压力** 以表 1 中 X-S1、X-S2、X-S3 对比组实验数据为例,同样将力传感器数据换算为应力,取 0.4 s 采样间隔计算力下降速率。同时,为了更直观地对比不同初始挤压应力下松弛阶段的力变化率,将 3 条松弛应力曲线沿 Y 轴平移至同一起点。初始压应力越大,松弛阶段起始应力下降速率越大,两者呈正相关[见图 4(a)]。初始应力越大,力变化率的波动变化也更明显[见图 4(b)]。但无论初始压应力大或小,力变化率都在松弛 20 s 左右后趋于平稳,最终稳定值与初始应力呈正相关。由此可认为,初始挤压力也是影响生物组织松弛阶段力变化的关键因素。

**2.1.3 挤压面积** 以表 1 中 X-S3、X-B3 实验对比数据为例,相同压力、不同挤压面积情况下应力不同,为保证控制变量此处不作换算。不同挤压面积下,两条圆柱销受力变化曲线基本重合,提示松弛阶段力变化与挤压面积大小无关。而两条曲线之所以没有完全重合,是因为机械臂控制难以做到随读随停,导致 6 mm 圆柱销实验时初始挤压力为 6.44 N,大于 10 mm 圆柱销实验时的初始压力(5.96 N),力曲线更陡峭(见图 5)。

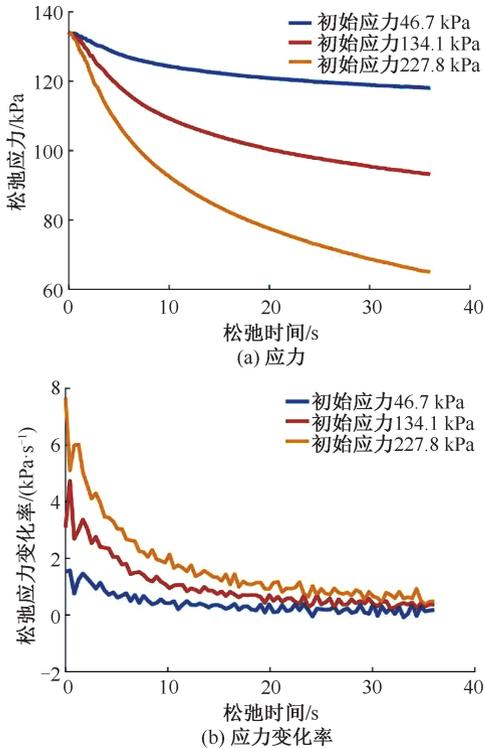


图4 松弛应力和应力变化率随初始应力变化曲线  
 Fig.4 Variation of relaxation stress and stress rate with initial stress (a) Stress, (b) Stress rate

## 2.2 应力松弛函数拟合建模

### 2.2.1 归一化压应力拟合 应力松弛曲线研究常

表2 归一化压应力松弛函数拟合参数及误差

Tab.2 Fitting parameters and errors of normalized compressive stress relaxation function

实验组别	初始挤压力/N	对数函数拟合			指数函数拟合		
		$a_1$	$b_1$	平均误差/mN	$a_2$	$b_2$	平均误差/mN
X-S1	1.319	-0.2467	0.9393	36.0	0.9903	-0.08721	14.1
X-S2	3.792	-0.2401	0.9711	26.6	0.9594	-0.06865	18.3
X-S3	6.442	-0.2493	0.9423	37.0	0.9937	-0.08838	15.0
X-B1	1.846	-0.2481	0.9335	35.7	0.9897	-0.09012	15.1
X-B2	3.083	-0.2485	0.9408	35.6	0.9920	-0.01480	35.6
X-B3	5.956	-0.2499	0.9522	37.2	0.9974	-0.08593	15.9

2.2.2 圆柱销挤压力拟合 分别利用指数函数[式(8)]、对数函数[式(10)]对力传感器读取力直接进行拟合。

$$F = a_2 e^{b_2 t} + c \quad (10)$$

拟合结果如表3所示,显示该情况下指数函数拟合效果也优于对数函数。表3对照显示,该函数各组拟合参数无法通用, $a_1$ 、 $b_1$ 参数虽与初始挤压力呈正比,却也并非完全满足线性关系,参数的准

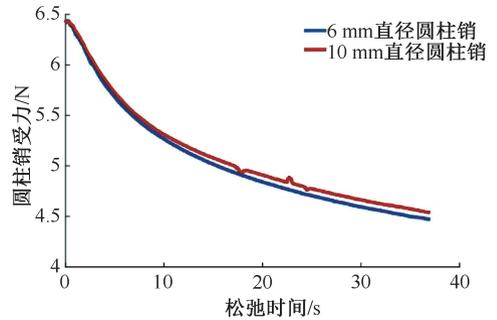


图5 不同挤压面积下圆柱销受力变化曲线

Fig.5 Variation of force with cylindrical pin under different extrusion areas

使用函数法,普遍认为松弛曲线以对数函数变化<sup>[9,14-15]</sup>:

$$F = a_1 \log(t) + b_1 \quad (8)$$

本文利用MATLAB对X猪肾实验数据进行相应函数拟合,但拟合中发现指数函数误差更小:

$$F = a_2 e^{b_2 t} \quad (9)$$

表2显示归一化应力松弛函数参数不受实验因素影响,各组参数基本一致。但归一化函数缺点在于若不知数据组中最大和最小值,则难以反归一化得到实际值,故达不到预测实际反馈压力的目的。

确性对模型误差影响很大。因此,虽逐组拟合后预测平均误差较小,但函数拟合法普适性太弱,亦无法建立本研究所期望的通用模型。

### 2.3 神经网络模型训练结果与准确性检验

由于函数拟合法不能满足建模需求,本文选择使用神经网络学习算法进行建模,模型权值与阈值训练结果如表4所示。

对于如上参数的已训练网络,利用建模样本组

表3 圆柱销受力函数拟合参数及误差

Tab.3 Fitting parameters and errors of cylindrical pin force function

实验组别	初始挤压力/N	对数函数拟合			指数函数拟合			平均误差/mN
		$a_1$	$b_1$	平均误差/mN	$a_2$	$b_2$	$c$	
X-S1	1.319	-0.113 7	1.291	16.7	0.456	-0.088 16	0.859	6.5
X-S2	3.792	-0.306 8	3.755	34.1	1.222	-0.071 75	2.530	23.4
X-S3	6.442	-0.491 7	6.329	72.9	1.970	-0.084 76	4.444	28.7
X-B1	1.846	-0.159 2	1.803	22.9	0.636	-0.088 17	1.200	9.5
X-B2	3.083	-0.253 9	3.022	36.3	1.017	-0.085 98	2.053	15.0
X-B3	5.956	-0.478 7	5.864	71.1	1.918	-0.083 08	4.019	29.9

表4 神经网络权值阈值

Tab.4 Weights and thresholds of neural network

神经网络连接参数	权值, $w$	阈值, $b$
$w_{T1}/b_1$	-0.021 4	10.562 5
$w_{T2}/b_2$	-0.426 2	-2.953 0
$w_{T3}/b_3$	3.853 3	3.891 9
$w_{T4}/b_4$	0.075 5	4.204 6
$w_{F_0^1}$	-14.124 9	
$w_{F_0^2}$	0.213 8	
$w_{F_0^3}$	-0.388 1	
$w_{F_0^4}$	1.629 9	
$w_{1F_r}/b_5$	-0.488 0	9.125 6
$w_{2F_r}$	32.833 3	
$w_{3F_r}$	-0.194 0	
$w_{4F_r}$	23.577 2	

进行计算验证。模型力与实验力曲线基本重合,计算得平均建模误差为 6.4 mN,效果优于函数拟合[见图 6(a)]。为了检验模型的泛化能力,利用泛化样本组进行预测检验。由于泛化样本组不被包含于神经网络的训练样本中,故预测结果与实际测量力间有一定的偏差[见图 6(b)],推测与生物个体特异性等多方面原因有关。平均预测误差为 34.9 mN,低于期望值,可以认为模型具有一定程度的泛化性。

图 6 对比结果显示,若训练样本能够囊括足够数量与足够广度的数据,则可以提升神经网络模型的精度。虽然神经网络具有一定的泛化能力与容错能力,却也不能盲目依赖,否则当被预测样本超出训练样本上限或下限过多,很有可能得到谬误的预测值。

### 3 讨论与结论

本文设计并进行了一系列对比、对照实验,对实验收集数据进行分组和分析绘图,探讨以猪肾为代表的生物组织器官松弛阶段力学变化的各种影

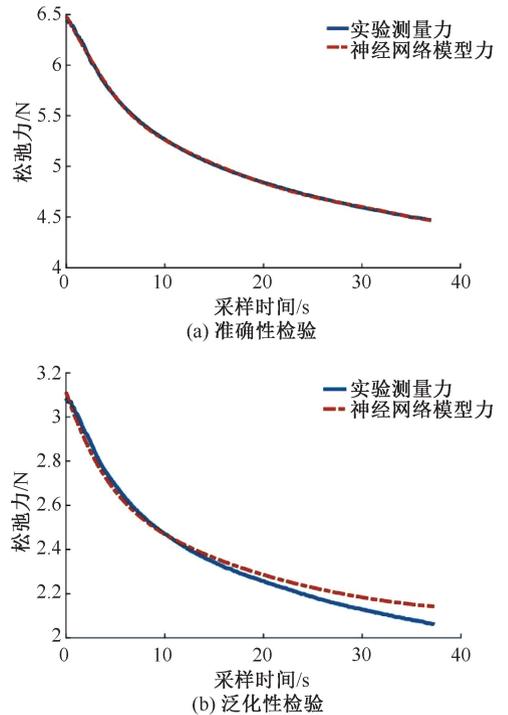


图6 模型评估

Fig.6 Model evaluation (a) Accuracy test, (b) Generalization test

响因素。实验结果表明,松弛阶段力变化与松弛时间及初始挤压面的整体受力具有明显相关性,而与挤压面积的大小无关。松弛阶段的生物组织力会随着松弛时间的增加而逐渐减速下降,直至降速达到稳定值,并在该值附近小幅波动。此稳定值与初始整体受力有关,初始挤压力越大,降速最终达到的稳定值也越大。同时,松弛力的初始降速也与初始挤压力呈正相关,但各不同初始挤压力下达到稳定降速的时间大致相同,稳定时间普遍在松弛阶段的 20 s 以后。

考虑到神经网络强大的非线性拟合能力,根据前述实验分析结论将松弛时间与初始挤压力作为神经网络的输入,松弛阶段圆柱销受力作为输出,

对设计的多层全连接前馈神经网络进行训练,获得输入和输出数据间的映射关系。将该映射关系作为模型,使用时只需输入相关松弛数据,就能够通过神经网络模型计算得到相应松弛阶段预测力。为了保证建模的准确性与普适性,本文还进行了基于测试样本组的建模准确性验证实验与基于泛化样本组的模型泛化能力测试实验。实验结果表明,神经网络模型预测效果较好,测试样本实验平均模型误差为 6.4 mN,泛化样本实验平均预测误差为 34.9 mN,符合期望。

对各经典建模算法进行对比分析可知,弹簧阻尼法虽简便明了,但建模效果好坏取决于弹性模型与黏滞系数的准确程度,这些参量无法通用于各种松弛情况,故该方法的鲁棒性与通用性较弱。本文应用函数拟合法,结果显示,归一化松弛函数虽参数可通用,却存在反归一化问题,难以还原为实际力。压应力松弛函数虽能直接预测实际力,参数方面又与弹簧阻尼法相同,存在泛用性差的问题。有限元法虽可以解决各种极为复杂的力学或形变问题,被大量运用于工程计算,但相应的,有限元法除了存在参数设置问题,还因占用大量计算资源而难以满足实时性需求。综上所述,各种方法都存在其优劣之处。基于这些优劣分析,本文建模算法规避了参数的过度依赖问题,使用时不需占用额外计算资源,具有鲁棒性强、泛用性好、准确性高的优点。

本文的建模算法可被用于提供虚拟手术系统触诊模块的触摸挤压力反馈预测,下一步可将本文建模方法拓展应用于更为复杂的生物力学场景,例如注射、穿刺取样、缝合伤口、手术切割等。构筑完整的力模型体系后便能为虚拟手术系统提供更为真实且系统的手术力反馈,增强虚拟手术系统在外科教学中的使用价值,提升培训医生的操作临场感,降低医生培养成本。

## 参考文献:

[1] 郭红,柏建鹰,吕伟,等.虚拟手术系统对外科学实践教学的作用探讨[J].西北医学教育,2009,17(4):822-823.  
[2] 戴金桥,俞阿龙,孙红兵,等.虚拟手术训练力觉交互技术的现状与趋势[J].测控技术,2014,33(10):1-12.  
[3] 李海阳,申志彬.固体力学原理[M].北京:国防工业出版社,2016:172-175.  
[4] WANG X, SCHOEN JA, RENTSCHLER ME. A quantitative comparison of soft tissue compressive viscoelastic model accuracy [J]. J Mech Behav Biomed

Mater, 2013, 20: 126-136.  
[5] WANG X, NATALI C, BECCANI M, *et al.* Novel medical wired palpation device: A validation study of material properties [C]//Proceedings of 2013 Transducers & Eurosensors XXVII: The 17<sup>th</sup> International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems. Barcelona: IEEE, 2013: 1653-1658.  
[6] TAKÁCS Á, RUDAS IJ, HAIDEGGER T. Surface deformation and reaction force estimation of liver tissue based on a novel nonlinear mass-spring-damper viscoelastic model [J]. Med Biol Eng Comput, 2016, 54(10): 1553-1562.  
[7] 李睿,郭立新.非线性模型在椎间盘黏弹性特性分析中的应用[J].医用生物力学,2013,28(5):523-526.  
LI R, GUO LX. Application of nonlinear model in analysis on viscoelastic properties of the intervertebral disc [J]. J Med Biomech, 2013, 28(5): 523-526.  
[8] 李慧,王川,刘振瑶,等.前路融合术后持续性前屈载荷下邻近节段黏弹特性研究[J].医用生物力学,2016,31(1):50-55.  
LI H, WANG C, LIU ZY, *et al.* Viscoelastic properties of adjacent segments during prolonged flexion after anterior intervertebral fusion [J]. J Med Biomech, 2016, 31(1): 50-55.  
[9] 朱伟民,张忠君,马洪顺,等.正常国人肾动脉黏弹性实验研究[J].医用生物力学,2004,19(1):24-26.  
ZHU WM, ZHANG ZJ, MA HS, *et al.* Experiment study on the viscoelastic properties of renal artery in healthy Chinese [J]. J Med Biomech, 2004, 19(1): 24-26.  
[10] FRATE LE, LI G. The prediction of stress-relaxation of ligaments and tendons using the quasi-linear viscoelastic model [J]. Biomech Model Mechan, 2007, 6(4): 245-251.  
[11] QIANG B, GREENLEAF J, OYEN M, *et al.* Estimating material elasticity by spherical indentation load-relaxation tests on viscoelastic samples of finite thickness [J]. IEEE T Ultrason Ferr, 2011, 58(7): 1418-1429.  
[12] 杨海艳,吴晓,冯晓华.小腿残肢与接受腔的非线性有限元分析[J].医用生物力学,2019,34(3):232-236.  
YANG HY, WU X, FENG XH. Non-linear finite element analysis of trans-tibial residual limb and prosthetic socket [J]. J Med Biomech, 2019, 34(3): 232-236.  
[13] HAYKIN S.神经网络与机器学习[M].3版.北京:机械工业出版社,2016:1-22.  
[14] 张建国,史仪凯,王文东,等.肋软骨黏弹性函数拟合及广义 Kelvin 模型[J].北京生物医学工程,2012,31(6):561-562.  
[15] 朴成东,李鹏,马洪顺.膝关节前交叉韧带与内侧副韧带粘弹性实验研究[J].医用生物力学,2007,22(1):64-67.  
PIAO CD, LI P, MA HS. Experiment study on viscoelasticity of anterior cruciate ligament and medial collateral ligament of knee joint [J]. J Med Biomech, 2007, 22(1): 64-67.