

文章编号: 1004-7220(2021)02-0271-06

# 声激励影响人眼频率响应的有限元分析

方利华, 陶兴明, 马卫卫, 杜瑞瑞, 伏燕军  
(南昌航空大学 无损检测技术教育部重点实验室, 南昌 330063)

**摘要:**目的 研究声激励下激励源、眼内压以及材料参数对人眼频率响应的影响。方法 基于三维有限元全眼模型,根据人眼形变及应力分布结果,定量分析各参数对人眼频率响应的影响。结果 其他参数保持不变,只改变激励源的位置、大小,声激励源分别放在角膜正上方、偏 $45^\circ$ 处以及激励较大处,134 Hz 时人眼共振幅值分别为 35、48 和 133  $\mu\text{m}$ ;只改变眼内压时,第 1 阶共振频率几乎不受眼内压的影响,其他阶的共振频率随眼内压增大稍向左偏移;只改变巩膜弹性参数,人眼组织的共振频率随着巩膜弹性增大而增加。结论 激励源的位置和大小对人眼的共振频率无影响,但对共振幅值有较大影响;眼组织材料参数对人眼频率响应的影响较大;眼内压对共振频率的影响呈近似线性。研究结果为临床开发高性能的眼内压监测技术提供理论基础。

**关键词:**全眼模型; 频率响应; 声激励; 生物力学; 有限元分析

中图分类号: R 318.01 文献标志码: A

DOI: 10.16156/j.1004-7220.2021.02.016

## Finite Element Analysis on Frequency Response of Human Eye under Acoustic Excitation

FANG Lihua, TAO Xingming, MA Weiwei, DU Ruirui, FU Yanjun

(Key Laboratory of Nondestructive Test, Ministry of Education, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China)

**Abstract: Objective** To study the effects of excitation source, intraocular pressure and material parameters on frequency response of human eye under acoustic excitation. **Methods** Based on the three-dimensional (3D) finite element model of the whole eye, as well as the deformation and stress distribution of human eye, the effects of various parameters on frequency response of human eye were quantitatively analyzed. **Results** When other parameters were fixed and only the position and size of the excitation source changed, the amplitude at resonance of human eye (the acoustic excitation source was placed directly above the cornea, at an offset of  $45^\circ$ , and at larger excitation) at 134 Hz was 35, 48 and 133  $\mu\text{m}$ , respectively. When only the intraocular pressure changed, the first-order resonance frequency was almost unaffected by the intraocular pressure, and the resonance frequencies of other orders would shift slightly to the left as the intraocular pressure increased. When only the scleral elastic parameters changed, the resonance frequency of eye tissues increased with the increase of the scleral elasticity. **Conclusions** The position and size of the excitation source have no effects on resonance frequency of human eye, but they have a greater effect on the resonance amplitude. The material parameters of human eye tissues have a greater effect on the frequency response, and there is a linear relationship between the intraocular pressure and resonance frequency. The results provide the theoretical basis for clinical development of high-performance intraocular pressure monitoring technology.

**Key words:** whole-eye model; frequency response; acoustic excitation; biomechanics; finite element analysis

收稿日期:2020-05-21; 修回日期:2020-07-28

基金项目:科技部国家重点研发项目(2018YFE0115700),国家自然科学基金项目(61465010),江西省自然科学基金项目(20192BAB207035)

通信作者:方利华,副教授,E-mail:fanglh71@126.com

眼的力学稳定性是维持角膜正常形状和屈光功能的关键。眼对于外部因素和内在力学性质的响应,可以通过组织的振动特性来表述,依赖于时间或频率。在临床上通常采用眼反应分析仪(Ocular Response Analyser)或可视化角膜生物力学分析仪(Corvis ST)来分析在一定时间内吹气后的角膜变形和恢复情况,但是该方法容易受眼内压、巩膜以及内部房水和玻璃体等因素的影响<sup>[1]</sup>。目前一种既具有较高的空间分辨率且能够非侵入式捕捉与测量组织变形的成像技术引起了学者关注<sup>[2]</sup>。冯丹丹等<sup>[3]</sup>采用超声共振谱方法,利用共振频率实现牙釉质所有弹性常数和力学参数的估计。Qi等<sup>[4]</sup>采用声辐射力光学相干弹性成像技术,使用共振频率来表征和识别不同类型的组织<sup>[4]</sup>。Kling等<sup>[5]</sup>利用声激励和相敏光学相干断层扫描(optical coherence tomography, OCT)测量角膜瓣和猪眼的频率响应函数。Akca等<sup>[6]</sup>采用激发声波和相敏光学相干断层扫描系统,并在50~400 Hz频率范围内,在牛眼球上检测到角膜的3种共振模式。因此,本文将基于声诱发振动的原理,通过建立人眼三维有限元模型,并考虑声固耦合和流固耦合的作用,采用声学谐响应分析来研究外部激励、眼内压以及材料参数等因素对人眼频率响应的影响,以期为人眼生物力学响应的评估提供一种新方法。

## 1 模型与方法

### 1.1 几何模型

人眼模型的准确建模是分析问题的关键。本文采用经典的Gullstrand精密模型眼的数据<sup>[7]</sup>,同时结合临床测量的眼科正常值以及进行合理的简化与假设,采用三维建模软件Siemens NX构建声激励源和眼球模型。在计算域外部包裹一层完美匹配层,匹配层的厚度符合 $l \leq c/6f_{\max}$  ( $c$ 为空气介质中的声速,  $f_{\max}$ 为求解的最大频率)。设置 $l = 10$  mm,计算域为10 mm。

### 1.2 材料特性

由于谐响应分析的复杂性,本文未考虑眼组织材料的非线性。Shih等<sup>[8]</sup>基于流体力学和波传播理论,采用动态模态分析法从Scheimpflug成像数据中提取数例正常人角膜的弹性模量和阻尼比<sup>[8]</sup>。由此可知,角膜的生理参数不仅具有个体差异,还

存在年龄差异。有研究认为,巩膜弹性模量与角膜弹性模量具有一定的比例关系<sup>[9]</sup>。此外,考虑到声场的传播介质为空气,以及房水和玻璃体作为流体介质等因素的影响<sup>[10]</sup>,本文设置了相应的眼组织生物力学参数(见表1)。

表1 眼组织生物力学参数

Tab.1 Biomechanical parameters of eye tissues

参数	角膜	巩膜	房水和玻璃体	空气
弹性模量/MPa	1.24	2.48	-	-
泊松比	0.49	0.49	-	-
阻尼比	0.033		-	-
密度/(kg·m <sup>-3</sup> )	1 076	1 243	1 000	1.20
声速/(m·s <sup>-1</sup> )	-	-	1 500	343.23
黏度/(mPa·s)	-	-	0.9	-

### 1.3 动力学理论

根据亥姆霍兹方程<sup>[11]</sup>(线性波动方程)在声学(流体)领域建模:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla^2 p = 0 \quad (1)$$

式中: $c$ 为流体介质中的声速; $t$ 为时间; $p$ 为声压。

引入均匀介质材料属性以及质量源项:

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho} \nabla p_a \right) + \frac{\omega^2}{\rho c^2} p_a = -j\omega \frac{Q}{\rho} \quad (2)$$

$$Q(x, y, z) = Q_s(x, y) \delta(z - z_s) \quad (3)$$

式中: $Q$ 为面质量源; $Q_s$ 为面质量源的幅度,  $Q_s = 0.1$  g/(m<sup>2</sup>·s)。

对于声学的流固耦合<sup>[12]</sup>,可以用以下控制方程:

$$\left( -\omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & 0 \\ \rho_0 \mathbf{R}^T & \mathbf{M}_f \end{bmatrix} + j\omega \begin{bmatrix} \mathbf{C}_s & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & -\mathbf{R} \\ 0 & \mathbf{K}_f \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_s \\ \mathbf{f}_F \end{Bmatrix} \quad (4)$$

式中: $\mathbf{M}_s$ 、 $\mathbf{M}_f$ 分别为结构、流体的质量矩阵; $\mathbf{K}_s$ 、 $\mathbf{K}_f$ 分别为结构、流体的刚度矩阵; $\mathbf{R}^T$ 为声场与结构之间界面的耦合矩阵; $\mathbf{C}_s$ 、 $\mathbf{C}_f$ 分别为结构、流体的阻尼矩阵; $\mathbf{u}$ 、 $\mathbf{p}$ 分别为位移向量和耦合面上的声压向量; $\mathbf{f}_s$ 、 $\mathbf{f}_F$ 分别为结构载荷、流体载荷向量; $\rho_0$ 为声场流体介质密度。

### 1.4 有限元分析

将构建的三维实体模型导入ANSYS软件中进行求解,并分别设置对应的材料参数。为了阻止眼

球转动,在巩膜底部(直径约为 4 mm)进行零位移约束。声场与结构以及流体与结构的耦合采用共节点处理<sup>[13]</sup>。根据几何模型的特征,采用四面体网格进行划分,网格密度满足计算的精度和准确性。

## 2 结果

### 2.1 激励源对人眼频率响应的影响

为了避免声激励源自身因素的影响,分别比较声激励源被放置的位置、大小对人眼频率响应的影响。当眼内压为 15 mmHg (1 mmHg = 0.133 kPa) 时,在角膜正上方 2 mm 处、偏离角膜 45° 方向施加声激励,以及采用大小不同的声激励源进行比较。可以看出,在 50~750 Hz 计算频率内,人眼分别在 134、428、568、680 Hz 时达到共振,而且发生第 1 次共振时幅值较大,大约是第 2 次共振幅值的 12 倍,其他的共振幅值非常小,这主要是由眼组织材料的黏弹性引起。当声激励源分别放在角膜正上方、偏 45° 处以及激励较大时,在 134 Hz 时人眼共振幅值变化较大,分别为 35、48、133  $\mu\text{m}$  (见图 1)。结果表明,声激励源的大小、位置与人眼共振频率无关,而对共振幅值有较大影响,说明共振频率是组织固有的一种属性。

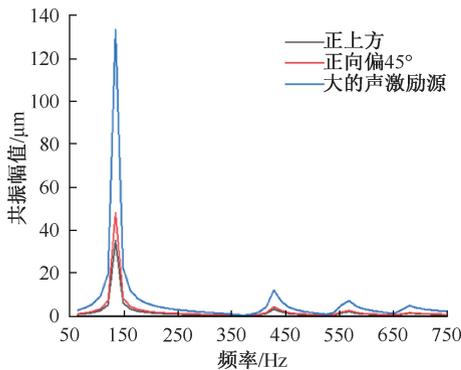


图 1 15 mmHg 眼内压下人眼组织与声激励源位置、大小的幅值-频率响应

Fig.1 Amplitude-frequency response from the position and size of sound excitation source on eye tissues under intraocular pressure of 15 mmHg

值得注意的是,在声学谐响应分析中,共振幅值并不是组织真实的振动位移,它还需要结合相位与频率的关系。因此,分析 134、428、568 Hz 时人眼形变及应力分布可知,在不同的共振频率下,人眼会发生不同程度的形变,且发生最大形变时的位置

和大小都不相同。当频率为 134 Hz 时,最大形变 (39.8  $\mu\text{m}$ ) 主要分布在角膜和巩膜的前部;当频率为 428 Hz 时,最大形变 (13.7  $\mu\text{m}$ ) 主要分布在角膜缘处;当频率为 568 Hz 时,最大形变 (4.7  $\mu\text{m}$ ) 主要分布在巩膜前部 (见图 2)。

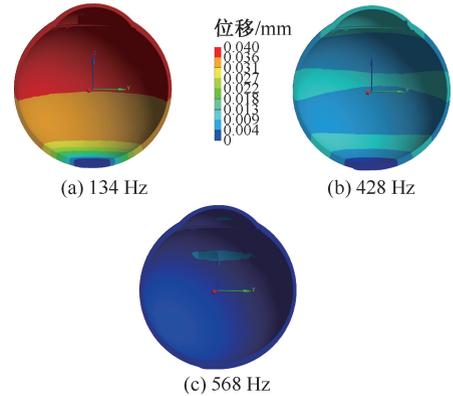


图 2 人眼在不同共振频率下形变分布

Fig.2 Deformation distributions of human eye at different resonance frequencies (a) 134 Hz, (b) 428 Hz, (c) 568 Hz

在不同的共振频率下,人眼最大和最小应力分布的位置和大小均不相同。当共振频率为 134 Hz 时,最大应力 (7.32 kPa) 分布在巩膜底部,最小应力主要分布在角膜和巩膜前部;当共振频率为 428 Hz 时,最大应力 (2.54 kPa) 分布在巩膜中部,最小应力主要分布在角膜后部;当共振频率为 568 Hz 时,最大应力 (1.18 kPa) 分布在巩膜中部,最小应力主要分布在巩膜底部。由此可见,应力随共振频率增大而减小 (见图 3)。

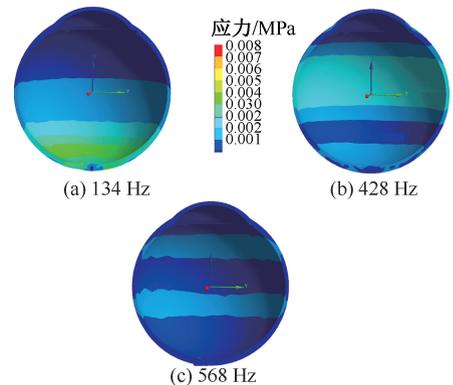


图 3 人眼在不同共振频率下应力分布

Fig.3 Stress distributions of human eye at different resonance frequencies (a) 134 Hz, (b) 428 Hz, (c) 568 Hz

## 2.2 眼内压对人眼频率响应的影响

眼内压异常可能导致一些眼科疾病的发生,其值具有个体差异性,故研究不同眼内压对人眼频率响应的影响。根据临床测量的眼压值大小,本文将眼内压范围设置为10~30 mmHg。在50~750 Hz范围内,当眼内压增大时,共振幅值受眼内压的影响较大(见图4)。尽管眼内压对共振频率的影响较小,但观察到人眼共振幅值与实际眼内压之间存在很强的关系,这与Kling等<sup>[5]</sup>的观察一致。

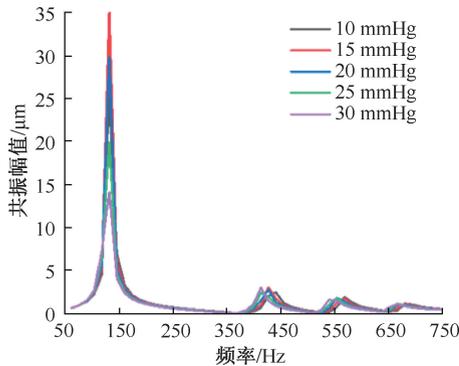


图4 眼内压与人眼频率响应关系

Fig. 4 Relationship between intraocular pressure and frequency response of human eye

本文发现,第1阶共振频率几乎不受眼内压的影响,而在其他阶的共振频率(如410~440 Hz、535~575 Hz和670~700 Hz),共振频率随眼内压的增大会稍向左偏移,偏移的频率值较小。眼内压与共振频率呈现出近似线性的关系(见图5)。因此,在一些变化范围较小的频率段内,可以建立起眼内压和共振频率之间的联系。

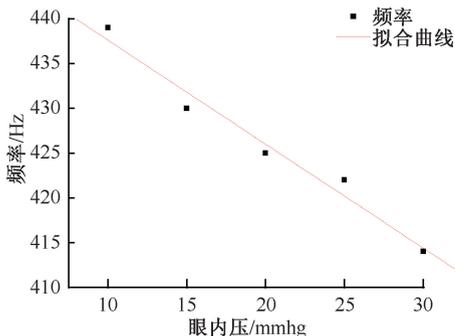


图5 第2阶频率段内眼内压和共振频率关系

Fig. 5 Relationship between intraocular pressure and resonance frequency in the second-order frequency range

## 2.3 眼组织材料参数对人眼频率响应的影响

人眼的几何参数和组织材料参数在动力学分析中也很重要。然而已经提出的一种基于振动成像的方法,预测角膜厚度变化对共振频率的影响很小,Kling等<sup>[5]</sup>的模拟结果更是证实眼睛的固有频率实际上与生理范围内的眼睛厚度无关。因此,本文重点关注材料参数对人眼频率响应的影响。Shih等<sup>[8]</sup>研究发现,角膜的弹性参数存在明显的个体差异。胶原含量的变化会导致后部巩膜弹性模量发生变化,而且巩膜弹性模量具有区域分布特点<sup>[14-15]</sup>。实际上巩膜与角膜的弹性参数之比也存在明显的个体差异。综合考虑这两种因素,本文给出10个案例来研究眼组织材料参数对人眼频率响应的影响。从案例1~5可知,当眼内压为15 mmHg,在50~750 Hz范围内,角膜弹性参数固定时,人眼组织的共振频率随着巩膜弹性的增大而增大。由案例6~10可知,当巩膜弹性参数固定时,人眼组织的共振频率(除第1阶外)随角膜弹性的增大而增大(见表2)。在Akca等<sup>[6]</sup>研究发现,在50~400 Hz频率范围内观察到牛眼角膜的3种共振模式,但该研究未考虑角膜、巩膜和眼内压等其他生物力学参数的影响。本文还发现,在50~750 Hz范围内人眼有4种共振模式,而且随着巩膜弹性的增大,人眼的共振频率也增大,说明材料参数对人眼共振频率的影响很大。Qi等<sup>[4]</sup>在硅胶琼脂上证明了共振频率与弹性模量平方根的线性依赖性,这种关系在人眼中是否也适用需要进一步证实。

表2 眼组织材料参数与人眼共振频率关系

Tab.2 Relationship between material parameters of eye tissues and resonance frequency of human eye

案例	角膜弹性/ MPa	巩膜弹性 /角膜弹性	共振频率 (前3阶)/Hz
1	1.240 0	0.75	78,274,344
2	1.240 0	1.50	120,386,484
3	1.240 0	2.00	134,428,568
4	1.240 0	3.00	162,526,680
5	1.240 0	4.00	190,596,750
6	0.026 0	2.00	64,120,176
7	0.073 9	2.00	106,134,204
8	0.265 1	2.00	64,204,260
9	0.614 9	2.00	92,302,400
10	1.240 0	2.00	134,428,568

### 3 讨论

本文基于全眼三维有限元模型,通过分析声激励下的人眼共振频率,发现激励源、眼内压以及材料参数都会影响人眼的频率响应。结果表明,激励源对人眼的共振频率无影响,眼内压与共振频率呈现出近似线性的关系,材料参数对人眼的频率响应影响较大。

本文发现,峰值频率下组织的形变与应力分布的大小与位置都不相同,这可能与声波在人眼组织中传播的位置有关。此外,声波在组织中的传播速度尤其引起研究者的广泛关注。假设角膜是1个半径为 $a$ 均匀的薄圆盘。固有振动模式由两个整数 $m$ 和 $n$ 来表示,它们分别为在周向( $m$ )和径向( $n$ )坐标中1个模式的共振峰值数量。振型 $[m, n]$ 模式的共振频率 $f_{m,n}$ 公式为:

$$f_{m,n} = \frac{\lambda_{m,n}}{2\pi a} v_{m,n} \quad (5)$$

式中: $\lambda_{m,n}$ 为给定的边界条件; $v_{m,n}$ 是在频率为 $f_{m,n}$ 时沿平面传播的机械波速度。速度取决于平面内的张力和弹性模量以及几何因素,如大小、曲率和厚度<sup>[16]</sup>。所测得的共振峰值适用于圆薄膜理论<sup>[17]</sup>,其中 $\lambda_{m,n}$ 为第1类阶数为 $m$ 的贝塞尔函数的第 $n$ 个根,即 $J_m(\lambda_{m,n}) = 0$ ,则模式 $[0, 2]$ 和 $[0, 1]$ 的频率比 $f_{0,2}/f_{0,1} = 3.19$ ,模式 $[0, 3]$ 和 $[0, 1]$ 的频率比 $f_{0,3}/f_{0,1} = 4.24$ 。对568 Hz时角膜径向剖面进行曲面拟合,可得到 $a = 7$  mm。通过查阅贝塞尔函数正零点的数值表可知, $\lambda_{0,3} = 8.654$ ,则 $v_{0,3} \approx 2.885$  m/s,对于 $f_{0,1} = 134$  Hz,  $a = 7$  mm,得到 $v_{0,1} \approx 2.886$  m/s。这一声速与用兰姆波激励传播法测量兔角膜的速度(1.1~1.3 m/s)<sup>[18]</sup>有差异。Nguyen等<sup>[19]</sup>则利用超声波剪切成像技术对猪眼进行测量,测量结果为1.7 m/s。然而Qu等<sup>[20]</sup>在人眼活体内测量的结果表明,当平均眼压为(12.8 ± 2.7) mmHg,角膜平均波速为(1.82 ± 0.10) m/s。本文研究结果与Qu等<sup>[20]</sup>的结果略有差异,推测产生差异的来源是多方面的,需要做进一步的研究。

本文认为,在健康和交联组织中角膜的振动反应,并模拟局部弹性改变,可以预测病理角膜组织的潜在反应。同时,了解不同眼内压引起的眼部组织的应力和形变的精确变化,可以帮助阐明病因和

发病机理。根据图5所示的结果,可以基于共振频率的准连续测量,开发高性能的眼内压监测技术。

本文的局限性如下:在人眼频率响应研究中构建的声场域、声激励源和人眼模型较为理想,但未考虑匹配层的厚度、声阻抗、边界条件以及眼球周围脂肪组织等因素的影响。后续研究中将结合实际参数进行分析。此外,对于人眼共振频率的研究可延伸到弹性成像的研究,为实现安全应用于人眼的弹性成像技术提供理论基础。

### 4 结论

本文通过构建人眼三维模型,并考虑声固耦合和流固耦合的影响建立声场和流体域,研究在声激励下人眼的频率响应。结果表明,激励源的位置和大小对人眼的共振频率无影响,但对共振幅值有较大影响。眼内压对共振频率有较小的影响,眼组织材料参数对人眼的频率响应影响较大。

### 参考文献:

- [1] HAN Z, CHEN T, DAI Z, et al. Air puff induced corneal vibrations: Theoretical simulations and clinical observations [J]. *J Refractive Surg*, 2014, 30(3): 208-213.
- [2] KIRBY MA, PELIVANOV I, SONG S, et al. Optical coherence elastography in ophthalmology [J]. *J Biomed Opt*, 2017, 22(12): 1-28
- [3] 冯丹丹,樊璠,王蕊,等.基于超声共振谱方法的人牙釉质材料力学特性研究[J].*医用生物力学*, 2017, 32(5): 59-64.  
FENG DD, FAN F, WANG R, et al. Mechanical properties of human enamel based on resonant ultrasound spectroscopy [J]. *J Med Biomech*, 2017, 32(5): 59-64.
- [4] QI W, LI R, MA T, et al. Resonant acoustic radiation force optical coherence elastography [J]. *Appl Phys Express*, 2013, 103(10): 75-96.
- [5] KLING S, AKCA IB, CHANG EW, et al. Numerical model of optical coherence tomographic vibrography imaging to estimate corneal biomechanical properties [J]. *J R Soc Interface*, 2014, 11(101): 20140920.
- [6] AKCA BI, CHANG EW, KLING S, et al. Observation of sound-induced corneal vibrational modes by optical coherence tomography [J]. *Biomed Opt Express*, 2015, 6(9): 3313-3319.
- [7] VOJNIKOVI B, TAMAJO E. Gullstrand's optical schematic system of the eye: Modified by Vojnikovic & Tamajo [J]. *Coll Antropol*, 2013, 37 (Suppl 1): 41-45.
- [8] SHIH PJ, CAO HJ, HUANG CJ, et al. A corneal elastic

- dynamic model derived from Scheimpflug imaging technology [J]. *Ophthalmic Physiol Optic*, 2015, 35(6): 63-72.
- [9] NGUYEN BA, ROBERTS CJ, REILLY MA. Biomechanical impact of the sclera on corneal deformation response to an air-puff: A finite-element study [J]. *Front Bioeng Biotechnol*, 2019, 6: 210.
- [10] COQUART L, DEPEURSINGE C, CURNIER A, *et al.* A fluid-structure interaction problem in biomechanics: Prestressed vibrations of the eye by the finite element method [J]. *J Biomech*, 1992, 25(10): 1105-1118.
- [11] SALIMI S, PARK SS, FREIHEIT T. Dynamic response of intraocular pressure and biomechanical effects of the eye considering fluid-structure interaction [J]. *J Biomech Eng*, 2011, 133(9): 091009.
- [12] MONTANINO A, ANGELILLO M, PANDOLFI A. A 3D fluid-solid interaction model of the air puff test in the human cornea [J]. *J Mech Behav Biomed Mater*, 2019, 94: 22-31.
- [13] CROWDER TR, ERVI VJ. Numerical simulations of fluid pressure in the human eye [J]. *J Appl Math Comput*, 2013, 219(24): 11119-11133.
- [14] 王聪聪, 谢永芳, 王国辉. 实验性高度近视眼巩膜胶原及弹性模量的变化 [J]. *医用生物力学*, 2018, 33(2): 157-162.  
WANG CC, XIE YF, WANG GH. Changes in the scleral collagen and elastic modulus in experimental high myopia [J]. *J Med Biomech*, 2018, 33(2): 157-162.
- [15] 范雨田, 陈凌峰, 高志鹏, 等. 巩膜的区域性力学性能研究 [J]. *医用生物力学*, 2020, 35(2): 178-183.  
FAN YT, CHEN LF, GAO ZP, *et al.* Regional mechanical properties of the sclera [J]. *J Med Biomech*, 2020, 35(2): 178-183.
- [16] HAN Z, LI J, SINGH M, *et al.* Analysis of the effect of the fluid-structure interface on elastic wave velocity in cornea-like structures by OCE and FEM [J]. *Laser Phys Lett*, 2016, 13(3): 035602.
- [17] SHIH PO, GUO YR. Resonance frequency of fluid-filled and prestressed spherical shell: A model of the human eyeball [J]. *J Acoust Soc Am*, 2016, 139(4): 1784-1792.
- [18] WANG S, LARIN KV. Shear wave imaging optical coherence tomography (SWI-OCT) for ocular tissue biomechanics [J]. *Opt Lett*, 2014, 39(1): 41-44.
- [19] NGUYEN TM, AUBRY JF, TOUBOUL D, *et al.* Monitoring of cornea elastic properties changes during UV-A/riboflavin-induced corneal collagen cross-linking using supersonic shear wave imaging: A pilot study [J]. *Invest Ophth Vis Sci*, 2012, 53(9): 5948-5954.
- [20] QU Y, HE Y, ARYA S, *et al.* *In vivo* elasticity mapping of posterior ocular layers using acoustic radiation force optical coherence elastography [J]. *Invest Ophth Vis Sci*, 2018, 59(1): 455-461.