

文章编号:1004-7220(2022)05-0933-07

# 磁场对人体三维分叉颈动脉血液流动的影响规律

刘雪洁<sup>1</sup>, 田帅<sup>2</sup>, 崔红社<sup>1</sup>, 常家鹏<sup>3</sup>, 张敬奎<sup>1,3</sup>

(1. 青岛理工大学 环境与市政工程学院, 山东 青岛 266033; 2. 中山大学附属第八医院, 广东 深圳 518033;  
3. 上海电力大学 能源与机械工程学院, 上海 200090)

**摘要:**目的 通过 CT 影像重构三维血管模型, 研究外加均匀磁场对血液动力学行为的影响规律。方法 采用计算流体动力学理论和磁流体学方法, 建立体外均匀磁场对血液流动影响的数学模型, 运用多物理场耦合模拟软件 COMSOL Multiphysics 进行仿真模拟, 探究磁场强度对血液流动速度、压力和剪切应力的影响。结果 随着磁场强度的增加, 血管中心处的流速受到了更加显著的抑制。壁面压力随着磁场强度的增加而减小, 且磁场在血流分叉前对壁面处压力的影响明显, 而在血流分叉后对壁面压力的影响减弱。血流进入分支血管后, 壁面切应力显著增加, 同时磁场对切应力的影响也显著增强。结论 人体血液具有磁流体学特性, 一定强度范围的磁场对血液流动产生了明显的影响。研究结果为设计人造强磁场设备、评估人造磁场环境对人体血液动力学的影响以及诊断人造磁场环境产生的疾病提供理论依据。

**关键词:** 血液动力学; 分叉颈动脉血管; 磁场; 磁流体学; 速度场; 剪切应力

中图分类号: R 318.01 文献标志码: A

DOI: 10.16156/j.1004-7220.2022.05.025

## Influence Patterns of Magnetic Field on Blood Flow of Human Three-Dimensional Bifurcation Carotid Artery

LIU Xuejie<sup>1</sup>, TIAN Shuai<sup>2</sup>, CUI Hongshe<sup>1</sup>, CHANG Jiapeng<sup>3</sup>, ZHANG Jingkui<sup>1,3</sup>

(1. School of Environmental and Municipal Engineering, Qingdao University of Technology, Qingdao 266033, Shandong, China; 2. The Eighth Affiliated Hospital of Sun Yat-Sen University, Shenzhen 518033, Guangdong, China; 3. College of Energy and Mechanical Engineering, Shanghai University of Electric Power, Shanghai 200090, China)

**Abstract: Objective** To reconstruct three-dimensional vascular model bases on CT images, and to study the influence patters of external uniform magnetic field on hemodynamic behavior. **Methods** The mathematical model of blood flow with external uniform magnetic field was established by using the theory of computational fluid dynamics and the method of magnetohydrodynamics. The simulation was carried out by using the multi-physical field coupling simulation software COMSOL Multiphysics to explore the effects of magnetic field intensity on blood flow velocity, pressure and shear stress. **Results** The magnetic field significantly suppressed the velocity at the center of blood vessel with magnetic field intensity increasing. The wall pressure decreased with magnetic field intensity increasing, and the influence of magnetic field on wall pressure before blood flow bifurcation was obvious, but the influence on wall pressure after blood flow bifurcation was weak. After blood flow entered the branch vessel, the wall shear stress increased significantly, and the effect of magnetic field on shear stress also

收稿日期:2021-11-03; 修回日期:2021-12-17

基金项目:山东省自然科学基金项目(ZR2019QEE040)

通信作者:张敬奎,副教授,E-mail:zk\_neu@163.com

increased significantly. **Conclusions** Human blood has magnetohydrodynamic characteristics, and the magnetic field in a certain intensity range has a significant impact on blood flow. The results provide a theoretical basis for the design of artificial equipment with high intensity magnetic field, evaluation for the effects of artificial magnetic field on human hemodynamics, and diagnosis of the diseases caused by artificial magnetic field.

**Key words:** hemodynamics; bifurcated carotid artery vessels; magnetic field; magnetohydrodynamics; velocity field; shear stress

生物磁流体动力学 (biomagnetic fluid dynamics, BFD) 是研究磁场作用下生物流体的流体动力学, 在生物工程和医学科学中的应用日益广泛, 如磁性液体细胞内热疗、以磁颗粒为导向性的药物靶向转运、磁场或引起磁热疗的肿瘤治疗等<sup>[1-2]</sup>。血液是一种典型的生物磁流体。血液等组织液中的离子由于受到电磁力, 会对血液的流场、压力场以及切应力分布产生影响, 从而影响血液的输运平衡, 进而影响人体局部或系统性功能。随着技术和需求的进步, 人造电磁场环境越来越强, 例如: 核磁共振设备可产生 3 T 磁场强度、Matsuda 等<sup>[3]</sup>开展实验研究的磁场强度高达 500 T。近年来, 研究者开始关注人造电磁场环境对人体具体组织、细胞甚至分子结构的影响, 而有关人造电磁场作用下的血液流动行为还鲜有报道。Kinouchi 等<sup>[4]</sup>研究并求解稳恒磁场作用下动脉血管内感应电压和电流的空间分布。有学者研究磁场作用下狭窄动脉的血液流动状况, 结果表明, 磁场会对狭窄区下游回流的位置产生影响<sup>[5-6]</sup>。Kenjeres<sup>[7]</sup>通过数值研究发现, 非均匀强磁场能够使动脉血管中的血流出现新的二次流型结构。李江焯<sup>[8]</sup>研究外加磁场对狭窄动脉血液流动和传热的影响, 结果表明, 磁场对狭窄动脉血管壁面切应力和血液的温度分布均产生影响。

当前国内外主要采用理想的规则血管开展电磁场下的血液流动行为研究, 较少采用真实血管。本文借助中山大学附属第八医院扫描的医学影像, 对颈动脉强化 CT 影像进行三维血管重构, 采用计算流体动力学理论和磁流体动力学方法, 建立体外均匀磁场对血液流动影响的数学模型, 采用模拟软件 COMSOL Multiphysics 进行仿真模拟, 通过研究不同磁场强度对血液流动速度、压力和切应力的影响, 探讨磁场对血液动力学行为的影响规律。

## 1 方法

为进行数值模拟, 本文使用以下假设: 动脉血管中血液的流动是不可压缩的层流流动, 在动脉中血液表现为高剪切速率的牛顿流体<sup>[9-11]</sup>; 流动是均匀的, 忽略血管的脉动效应; 血液的电导率不随温度变化, 设定为 0.8 S/m<sup>[12]</sup>; 磁雷诺数  $Re$  很小, 可以忽略感应磁场<sup>[13]</sup>; 血液密度  $\rho = 1\ 050\ \text{kg/m}^3$ , 运动黏度  $\mu = 4\ \text{mm}^2/\text{s}$ 。在许多研究中, 血液被认为是不导电的生物磁性流体<sup>[12-15]</sup>; 然而血液在磁场的影响下流动时, 其导电能力不可被忽略。在血液流动过程会产生两种力, 一种是由红细胞倾向于磁场定向引起的磁化力, 另一种是由等离子体中运动的离子产生的电流引起的洛伦兹力<sup>[1]</sup>。由于磁化而产生的力取决于空间变化磁场的存在, 而在均匀磁场中, 洛伦兹力占优势, 磁化力为零<sup>[16]</sup>。因此, 在均匀磁场中, 只需要考虑运动离子产生的洛伦兹力。

本文采用中山大学附属第八医院提供的人体颈部增强医学 CT 影像, 截取人体颈动脉 85 mm 长的血管为研究对象, 根据 CT 影像重构的三维几何模型 [见图 1(a)]。血管总长度为 85 mm, 主动脉计算直径为 6.3 mm, 在 73 mm 处出现分叉, 分支动脉计算直径分别为 4.6、3.6 mm, 分支动脉长度约为血管总长度的 1/4。



图 1 几何模型  
Fig. 1 Geometric model (a) Three-dimensional geometric model of vascular reconstruction based on enhanced CT medical image, (b) Two-dimensional vascular model for validation

## 1.1 数学模型

人体血液具有导电特性,在外加磁场作用下血液流动受到洛伦兹力的影响,可以采用磁流体动力学方程进行描述,忽略血液流动对磁场的影响。控制方程如下:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \rho(\mathbf{V} \nabla) \cdot \mathbf{V} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{V} + \mathbf{F}_m \quad (2)$$

式中: $\mathbf{V}$ 为速度矢量,单位 m/s;  $\mathbf{F}_m$ 为电磁力,单位 N。

由广义欧姆定律,感应电流  $\mathbf{J}$  的表达式为<sup>[17]</sup>:

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{V} \times \mathbf{B}) \quad (3)$$

式中: $\sigma$ 为电导率,单位 S/m;  $\mathbf{B}$ 为磁通量强度,单位 T。

对于电磁力的处理,可以把电磁力看作体积力,假设导电流体所产生的电磁力全部转化为受到的体积力<sup>[18]</sup>。电磁力定义在动量方程中,表达式为<sup>[19]</sup>:

$$\mathbf{F}_m = \mathbf{J} \times \mathbf{B} = \sigma(\mathbf{V} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} = -\sigma \mathbf{B}^2 \mathbf{u} \quad (4)$$

式中: $\mathbf{u}$ 为沿主流动方向(轴向)的速度,单位 m/s。

由于在垂直于流动方向施加的磁场,不考虑感应磁场影响,磁感应强度  $\mathbf{B}$  的表达式为:

$$\mathbf{B} = (B, 0, 0)$$

## 1.2 边界条件

在血管三维几何模型中,选取的主管断面直径为 6.5 mm,为建立符合人体血液流动实际情况的边界条件,采用压力出入口条件。人体血压随心脏搏动而发生周期性变化,而血管进出口压差基本保持恒定,不同人体、不同位置、不同类型的分叉血管进出口压差又具有一定差异。因此,本文分别选取 30、50、100 Pa 的不同压差条件,分析磁场对不同压差条件下分叉血液动力学的影响。计算类型为稳态计算,计算不同压差条件下流动速度、压力和切应力变化,以及同一压差不同哈特曼数  $Ha$  对血液流速、压力、切应力的影响( $Ha$  表征电磁力和黏性力之比,  $Ha = BD\sqrt{\sigma/\mu}$ ; 其中  $D$  为特征长度,本文选取入口处血管内径)。人体动脉血液的平均流动速度 0.01~0.5 m/s<sup>[11]</sup>,在此流速条件下,血液为层流流动,故本文选用层流模型。通过调整  $Ha$  的数值,反映施加磁场强度的变化。考虑在垂直于流动方向( $x$  向)施加磁场  $\mathbf{B}(B, 0, 0)$ ,分别取  $Ha = 0$ 、

0.5、1.0,此时磁场强度  $B = 0$ 、1.2、12.1 T,分析不同磁场强度的影响。

## 1.3 有效性验证

本文采用多物理场耦合软件 COMSOL 对磁场作用下实际三维血管内血液的流动特性开展数值求解。为了验证软件对描述血液流动的磁流体动力学方程求解的有效性,采用本课题组开发的已验证的程序代码进行对比。采用配置点谱方法(spectral collocation method, SCM)和人工压缩法(artificial compressibility method, ACM)相结合的数值方法(SCM-ACM)求解不可压缩流体流动,具有形式简单、指数收敛、高精度的特性<sup>[20-23]</sup>。然而这种高精度的数值方法无法适用于实际不规则三维血管内血液的流动求解。因此,本文选取 SCM-ACM 数值方法验证 COMSOL 软件求解磁流体动力学问题的有效性,然后采用 COMSOL 软件求解实际不规则三维血管内的血液流动。

以磁场作用下二维规则血管内血液流动为对象,检验 COMSOL 软件对描述血液流动的磁流体动力学方程求解的有效性。如图 1(b)所示,选取 1 段有限长的刚性血管,血管断面直径为 6 mm,长度为 100 mm。设定管内血液流速为 0.3 m/s,计算得到雷诺数  $Re = 450$ ,为层流状态;考虑在垂直于流动方向施加磁场  $B$ 。

针对相同的二维血管验证模型,在相同的参数设置条件下,分别采用 COMSOL 软件和 SCM-ACM 求解器计算磁场作用下描述血液流动的磁流体动力学方程,得到  $Re = 450$ 、 $Ha = 0, 0.1, 1$  下的二维流动结果(见图 2)。计算获得 3 种条件下的拟合性指标

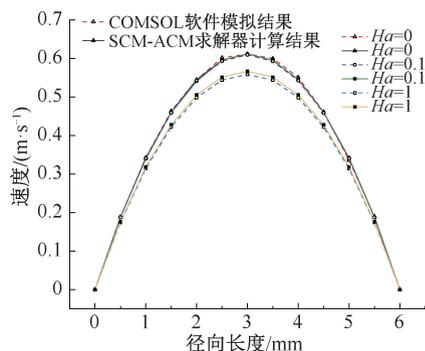


图 2 二维血管内中心轴向速度沿径向分布的结果对比

Fig. 2 Comparison of radial distribution of central axial velocity in two-dimensional vessels

$R^2$  分别为 0.999 985、0.999 975、0.999 969。由此可见,COMSOL 软件的计算结果与经过验证的 SCM-ACM 求解器的计算结果吻合良好,验证了本文采用 COMSOL 软件求解磁流体力学方程所有设置的有效性。

## 2 结果

### 2.1 三维血管模型的网格无关性检验

区域离散模型采用非结构化四面体网格,初始设置 3 套不同的网格尺寸,并检验网格独立性。为了精确捕捉较大速度梯度和边界剪切应力的计算,进行网格局部加密。在边界层划分上,将边界层数设置为 4 层,用于边界分析和后续的剪切应力计算;并更改拉伸因子和厚度调节因子,用以调节网格精细度。针对本文所研究的具体问题,进行网格无关性验证,比较相同进口压力条件下常规(64 160 个)、细化(191 075 个)、较细化(504 821 个)3 套网格的计算结果,得到无磁场条件下径向的速度分布。网格独立性的检验结果表明,3 套网格计算的最大径向速度分别为 0.601、0.618、0.621 m/s,误差在 3.2% 以内。综合考虑结果的准确性和计算时长后,选用细化的网格用于后续计算,并根据模型尺寸的不同,适当在边界处加密,获得如图 3 所示的模型网格效果。

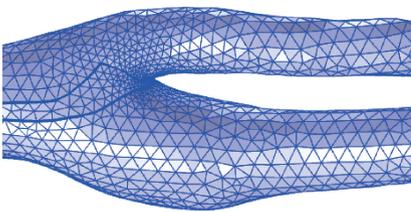


图 3 颈动脉分叉处网格划分  
Fig. 3 Grids near the bifurcation of carotid artery

### 2.2 磁场对血液流速的影响

图 4 所示为  $\Delta p = 100$  Pa、 $Ha = 1$  时血管主流截面沿轴线方向的速度分布云图。受出入口压差的影响,速度在入口处较大,在流动过程中速度逐渐减小,在血管分叉处存在最小值,后至出口处速度逐渐增大。

图 5(a) 为该截面沿中轴线方向(主血管和粗分支血管)的速度曲线。可以看出,由于不同的进出口压差条件,速度分布具有明显的差异。随着进

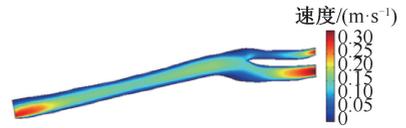


图 4 分叉颈动脉主流轴向截面速度分布( $\Delta p = 100$  Pa,  $Ha = 1$ )  
Fig. 4 Velocity distributions at bifurcation of carotid artery in the mainstream axial direction

出口压差的增加,速度显著增加。磁场对速度分布的影响也随速度的增加而显著增加。当  $\Delta p = 30$  Pa 时, $Ha$  从 0 增加 1 时,轴向中心速度的最大减小 1.7%。在  $\Delta p = 100$  Pa 时,与  $Ha = 0$  比较, $Ha = 1$  时最大速度减小 3%。

图 5(b) 为 3 种压差条件下磁场对血管截面沿径向方向的速度分布影响。可以看出,磁场对血管径向速度的影响程度,从中心至血管壁面逐渐减小。本文认为,由于血液与壁面的黏性作用,血液流速沿径向呈抛物线形式分布。以  $\Delta p = 100$  Pa 时的结果为例,相对于  $Ha = 0$ ,当  $Ha$  增加至 0.5,再增至 1 时,血管中心处的血液流速分别减小 1.8% 和 3.3%。模拟结果表明,血液作为一种导电的磁流体,当磁场作用在血管区域时,能够对血液的流动速度产生明显的影响。由于受到的洛伦兹力是一种阻力,使血液的流动速度降低;并且速度越大,受到的洛伦兹力越大,速度减小的程度越明显。

### 2.3 磁场对血管壁面切应力、压力的影响

壁面切应力是影响血管壁组织细胞形态、结构和功能最重要的血流动力学参数之一。切应力不仅与人体血液和血管壁之间的物质传输、营养物质运送、代谢废物排泄关系密切,还与血管壁厚度、动脉粥样硬化以及血栓形成有一定的相关性<sup>[24]</sup>。

以  $\Delta p = 50$  Pa 血液流动为研究对象,比较不同  $Ha$  下的血管壁面切应力分布,探究磁场条件对血管壁面切应力的影响规律。分别选取血管外壁面和血管分叉处的半圆周外壁面位置,计算血管壁面切应力分布。结果表明,切应力与速度分布具有一定的相关性。入口处血液在壁面处的速度梯度较大,切应力最大,流动过程中速度梯度逐渐降低,切应力减小。当流经分叉支血管处时血液流速增大,切应力迅速增大。随着磁场强度的增加,壁面切应力减小。相对  $Ha = 0$  时,当  $Ha = 0.5$  和 1 时,轴向壁面切应力的最大下降幅度分别为 2.5% 和 4.91%。选

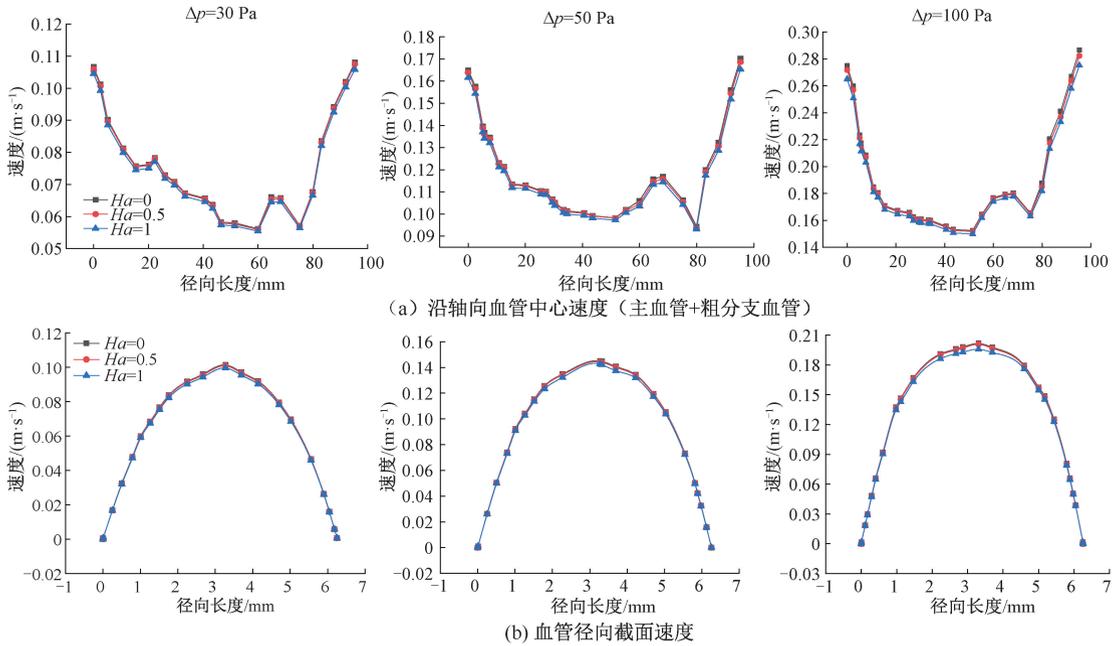


图5 血液流动轴向和径向速度分布

**Fig. 5 Axial and radial velocity distributions of blood flow** (a) Velocity along the axial direction (main blood vessel + thicker blood vessel), (b) Velocity along the radial direction

取血管分叉位置, 研究磁场对圆周方向壁面处压力分布的影响。沿血管圆周方向上, 壁面切应力同样随磁场强度的增加而减小。同时可以看到, 颈动脉分叉处内侧的切应力显著大于外侧的切应力, 磁场对分叉处内侧切应力的影响程度也因此显著大于外侧。这是由于颈动脉分叉处内侧附近的速度梯度显著大于外侧[见图 6(a)]。

同样以上述两处位置为研究对象, 选取  $\Delta p = 50$  Pa 的边界条件, 分析磁场对血管壁面压力的影响。沿血管轴向方向, 从入口至主分叉出口壁面处压力的分布表明, 随着磁场强度的增加, 壁面处压

力下降。磁场在血流分叉之前对壁面处压力的影响明显, 而在分叉之后对壁面压力影响较弱。这是因为血流分叉后, 部分压力能转为动能, 压力显著下降。相对比  $Ha = 0$ , 当  $Ha = 0.51$  和 1 时, 壁面处血液压力分别下降 0.64% 和 1.63%。选取分叉处血管, 研究磁场对圆周方向壁面处压力分布的影响。同样可以发现, 随着磁场强度的增加, 圆周方向壁面压力显著减小。在血流分叉处内侧, 壁面压力显著增加, 磁场对该处壁面压力的影响显著增强。这是由于在分叉处内侧血流速度显著下降, 部分动能转化为压力能[见图 6(b)]。

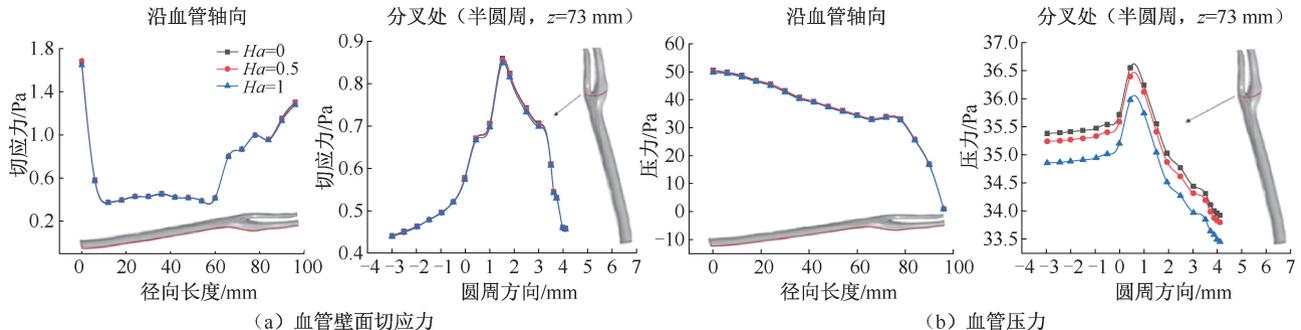


图6 血管壁面切应力和压力分布

**Fig. 6 Vascular wall shear stress and pressure distributions** (a) Wall shear stress, (b) Vessel pressure

### 3 讨论

磁场对人体实际血管内血液动力学的影响机制目前还不明确。现有研究结果显示,外部磁场对血液流动具有一定的影响,而当前的研究主要采用规则的理想几何模型<sup>[4-9]</sup>。本文基于医学影像重构实际三维动脉血管,在此基础上研究外部磁场对实际颈动脉血流动力学的影响规律。通过上述的研究结果,可以发现:

(1) 血液流动、壁面压力和壁面切应力对外部一定强度的磁场具有响应,血液表现为导电的磁流体特性。磁场作用于血液产生的洛伦兹力对流动是一种阻碍作用,随着流动增强(进出口压差增加),洛伦兹力的影响越来越明显。在血管中心处,由于磁场的抑制作用,血液速度出现明显的减小;而在靠近管壁的两侧,洛伦兹力的影响不显著,速度没有发生很大变化,故磁场的主要影响发生在血管的中心轴上<sup>[26]</sup>。

(2) 由于一定强度的外部磁场对血液流动产生了明显的影响,故不可避免地对壁面切应力也产生了相应的影响。在血管壁面上,壁面切应力随磁场强度的增加而减小。磁场对壁面切应力的影响在分叉血管出口处最为显著。同时,在分叉处内侧的切应力显著大于外侧的切应力,磁场对分叉处内侧切应力的影响程度也因此显著大于外侧。

(3) 外部磁场对血管壁面处的血液压力也产生明显的影响。随着磁场强度的增加,壁面处压力下降。磁场在血流分叉之前对壁面处压力的影响明显,而在分叉之后对壁面压力影响较弱。

本研究的局限性如下:① 本文采用数值模拟方法,开展基于流体动力学和电磁学的血液流动基础研究。虽然采用磁流体动力学的求解器对磁场作用下血液流动的数值模拟结果进行验证,但目前尚缺少相关实验数据的支撑。② 人体血液成分复杂,影响动脉血液流动的因素众多,本文对颈动脉血液流动进行一定简化。在后续的研究工作中,将在实验室搭建仿生实验装置,模拟电磁场环境作用下的血液动力学行为,以期待从理论模拟和实验研究两方面共同揭示电磁场环境对血液动力学行为的影响规律。

### 4 结论

本文基于计算流体动力学理论和磁流体动力学理论,对人体颈动脉血液的流动进行数学描述,采用加强CT影像重构三维分叉血管模型,求解磁场作用下的血液动力学方程,探讨磁场环境对人体颈部分叉动脉血液流动的影响规律和程度。研究表明:血液表现为一种导电磁流体特性,一定强度的磁场对动脉血液动力学具有明显的影响;磁场对血液流动具有阻碍作用,使得血管中心处的血液速度出现更为显著的下降;随着磁场强度的增加,血管壁面压力和切应力均下降,并且在血流分叉前磁场对血管壁面压力的影响显著高于分叉后的壁面压力;磁场对分叉后支血管壁面切应力的影响较为显著,且随磁场强度的增加影响作用增强。本研究的方法和结果对设计人造强磁场设备以及在医学上的研究和应用能够提供有效参考。

#### 参考文献:

- [1] TZIRTZILAKIS EE. A mathematical model for blood flow in magnetic field [J]. *Phys Fluids*, 2005, 17(7): 261-452.
- [2] 姚开胜, 芦雷鸣, 赵海丽. 纳米磁性液体在生物医学领域中的应用 [J]. *科技信息(学术研究)*, 2007(34): 294-295.
- [3] YASUHIRO HM, DAISUKE N, AKIHIKO I, *et al.* Magnetic-field-induced insulator-metal transition in W-doped VO<sub>2</sub> at 500 T [J]. *Nat Commun*, 2020, 11(1): 3591.
- [4] KINOUCI Y, YAMAGUCHI H, TENFORDE TS. Theoretical analysis of magnetic field interactions with aortic blood flow [J]. *Bioelectromagnetics*, 1996, 17(1): 21-32.
- [5] KHASHAN S, HAIK Y. Numerical simulation of biomagnetic fluid separation in a 2D planar channel [C]// *Proceedings of 11<sup>th</sup> International Conference on Fluid Control, Measurements and Visualization*. Keelung: [s.n.], 2011.
- [6] HAIK Y, PAI V, CHEN CJ. Apparent viscosity of human blood in a high static magnetic field [J]. *J Magn Magn Mater*, 2001, 225(1-2): 180-186.
- [7] KENJERES S. Numerical analysis of blood flow in realistic arteries subjected to strong non-uniform magnetic fields [J]. *Int J Heat Fluid Flow*, 2008, 29(3): 752-764.
- [8] 李江焯. 磁场作用下狭窄动脉中的血液流动和换热特性 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2010.
- [9] 熊柱翔, 袁丁, 郑庭辉, 等. 肾动脉狭窄形态对其血流动力学的影响 [J]. *医用生物力学*, 2021, 36(3): 389-395.

- XIONG ZX, YUAN D, ZHENG TH, *et al.* Influences of renal artery stenosis morphology on its hemodynamics [J]. *J Med Biomech*, 2021, 36(3): 389-395.
- [10] IASIELLO M, VAFAI K, ANDREOZZI A, *et al.* Analysis of non-Newtonian effects within an aorta-iliac bifurcation region [J]. *J Biomech*, 2017, 64: 153-163.
- [11] SHIT GC, MAJEE S. Computational modeling of MHD flow of blood and heat transfer enhancement in a slowly varying arterial segment [J]. *Int J Heat Fluid Flow*, 2018, 70: 237-246.
- [12] HAIK Y, PAI V, CHEN CJ. Development of magnetic device for cell separation [J]. *J Magn Magn Mater*, 1999, 194(1-3): 254-261.
- [13] TASHTOUSH B, MAGABLEH A. Magnetic field effect on heat transfer and fluid flow characteristics of blood flow in multi-stenosis arteries [J]. *Heat Mass Transfer*, 2008, 44(3): 297-304.
- [14] HAIK Y, CHEN JC, PAI VM. Development of bio-magnetic fluid dynamics [C]//Proceedings of the IX International Symposium on Transport Properties in Thermal Fluids Engineering. Hawaii: [s. n.], 1996.
- [15] HAIK Y. Development and mathematical modeling of biomagnetic fluid dynamics [D]. Tallahassee: Florida State University, 1997.
- [16] TZIRTZILAKIS EE, LOUKOPOULOS VC. Biofluid flow in a channel under the action of a uniform localized magnetic field [J]. *Comput Mech*, 2005, 36(5): 360-374.
- [17] RAMOS JI, WINOWICH NS. Magnetohydrodynamic channel flow study [J]. *Phys Fluids*, 1986, 29(4): 992-997.
- [18] 谭作武, 恽嘉陵. 磁流体推进[M]. 北京: 北京工业大学出版社, 1998.
- [19] GERBEAU JF, BRIS CL, LELIEVRE T. Mathematical methods for the magnetohydrodynamics of liquid metals [M]. New York: Oxford Science Publications, 2006: 26-28.
- [20] ZHANG JK, LI BW, DONG H, *et al.* Analysis of magnetohydrodynamics (MHD) natural convection in 2D and 3D cavity with thermal radiation effects [J]. *Int J Heat Mass Transfer*, 2017, 112: 216-223.
- [21] ZHANF JK, DONG H, ZHOU EZ, *et al.* A combined method for solving 2D incompressible flow and heat transfer by spectral collocation method and artificial compressibility method [J]. *Int J Heat Mass Transfer*, 2017, 112: 289-299.
- [22] ZHANG JK, CUI M, LI BW, *et al.* Performance of combined spectral collocation method and artificial compressibility method for 3D incompressible fluid flow and heat transfer [J], *Int J Numer Methods Heat Fluid Flow*, 2020, 30: 5037-5062.
- [23] 刘宇浩, 周家秀, 王露宁, 等. 配置点谱方法-人工压缩法 (SCM-ACM)求解同心圆筒内流体流动 [J]. *计算力学学报*, 2020, 37(3): 326-331.
- [24] 徐翔宇, 郭攀, 王小峰, 等. 利用动网格技术模拟动脉粥样硬化发展过程 [J]. *医用生物力学*, 2017, 32(4): 336-341.
- XU XY, GUO P, WANG XF, *et al.* Application of dynamic mesh technique in the development process of atherosclerosis by numerical simulation [J]. *J Med Biomech*, 2017, 32(4): 336-341.
- [25] SARMA M, SUT DK. Analysis of pulsatile flow of blood in a porous channel under effect of magnetic field [J]. *Int J Comput Technol Appl*, 2011, 2(6): 99-105.