

文章编号:1004-7220(2009)06-0427-07

## 肌肉共同收缩对手臂屈伸运动末端阻抗的影响

付春江, 王如彬

(华东理工大学 信息科学与工程学院 认知神经动力学研究所,上海 200237)

**摘要:** 目的 阻抗控制在稳定性控制中起着重要的作用,以手臂屈伸运动为对象建模来研究人体的阻抗控制规律,从而为更高层次的运动认知与工具使用奠定基础。**方法** 对现有的人体运动控制进行了改进,运用神经肌肉骨骼模型及最优控制方法推导出共同收缩阻抗,并对仿真结果与原模型和实验数据进行了对比。**结果** 从对比图中可以看出,所给模型修正了原有模型刚度椭圆单调变化的不足,与实验数据更加吻合。**结论** 即使在手臂平面自由运动中,肌肉共同收缩对抗也有贡献。

**关键词:** 共同收缩; 手臂阻抗; 神经肌肉骨骼模型; 最优控制; 刚度椭圆; 阻抗控制

中图分类号: R318.01 文献标志码: A

## Contribution of co-contraction to arm impedance in the free planar movement

FU Chun-jiang, WANG Ru-bin. (*Institute for Cognitive Neurodynamics, School of Information Science and Engineering, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China*)

**Abstract: Objective** Impedance control plays an important role in stability. This paper intends to explore such mechanism through modeling human reaching movement. **Method** Implemented with revised model, we apply optimal control theory to neuro-muscle-skeleton model to calculate the stiffness ellipses. **Result** Compared with the original model and experimental figures, the model we proposed could overcome the shortage of monotonous changing of the original one and fit the data better. **Conclusions** So that this paper concludes that co-contraction contributes to impedance control even during free upper limb planar movement.

**Key words:** Co-contraction; Arm impedance; Neuro-muscle-skeleton model; Optimal control; Stiffness ellipse; Impedance control

人体上肢是具有大量冗余自由度的生物运动结构,但研究发现手臂运动拥有某些不变特征,为此科学家们用最优控制的方法来探究其轨迹生成准则,包括最小加速度变化准则<sup>[1]</sup>,最小转矩变化准则<sup>[2-3]</sup>,最小肌肉力变化准则<sup>[4-5]</sup>和最小神经驱动信号准则<sup>[6-8]</sup>。其中,最小神经驱动信号准则具有明显的生理学意义,因为神经信号平方的最小化体现了能量最小化原理。在研究轨迹生成的同时,对手臂稳定性的研究也相继展开。1985年 Hogan<sup>[9]</sup>提出

阻抗控制的概念,同年 Mussa-Ivaldi 等<sup>[10]</sup>发明了富有表现力的刚度椭圆,并用来表示手臂末端阻抗。之后,科学家们做了一系列的实验研究<sup>[11-14]</sup>和建模工作<sup>[15-19]</sup>。其中 Tee 等<sup>[19]</sup>提出手臂末端阻抗可分解为两种阻抗,分别计算后进行叠加,协同收缩产生的阻抗和共同收缩产生的阻抗,前者可用 Gomi 等<sup>[13]</sup>提出的经验公式计算,作用于关节空间<sup>[19]</sup>。虽然该模型简洁而全面,但仍存在一些问题,比如在计算手臂运动的规划时,使用的是拟合直线轨迹,运

收稿日期:2009-04-07; 修回日期:2009-06-25

作者简介:付春江(1985-),博士,研究方向:人体运动认知。

通讯作者:付春江, Tel: (021)64251992; E-mail: fcj2@163.com。

动条件下数值模拟出来的刚度椭圆图与实验有定性差异,认为自由运动下共同收缩的刚度矩阵为零等。

另一方面 Kashima 等<sup>[7]</sup>于2000年在手臂竖直面运动的研究中发现伸肌和屈肌在无负载下的理论计算结果与实验都有10%左右的误差,于是在2004年提出在原有肌肉激活公式中加入相互作用项<sup>[8]</sup>。一般肌肉激活公式为<sup>[20]</sup>:

$$\dot{EMG} = \frac{1}{\gamma_1}(u - EMG) \quad (1)$$

$$\dot{f} = \frac{1}{\gamma_2}(EMG - f) \quad (2)$$

简略起见也可以化为<sup>[21]</sup>:

$$\dot{f} = \frac{1}{\gamma}(u - f) \quad (3)$$

式中,  $f$  近似代表肌肉活性;  $u$  为神经指令;  $\gamma$  代表时延。Kashima 等<sup>[8]</sup>提出的一对拮抗肌相互作用公式为:

$$\left. \begin{aligned} \dot{f}_f &= \frac{1}{\tau} \left( \frac{1}{1+r} u_f + \frac{r}{1+r} u_e - f_f \right) \\ \dot{f}_e &= \frac{1}{\tau} \left( \frac{r}{1+r} u_f + \frac{1}{1+r} u_e - f_e \right) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中,下标  $f$  代表屈肌,  $e$  代表伸肌;  $r$  代表拮抗肌的相互作用, Kashima 中参数  $r$  取 0.1。

本文将其手臂模型去掉重力项后应用于水平面,并认为相互作用项的具体生理意义可表达为手臂的一对拮抗肌共同收缩,即无外力场平面自由运动下也存在共同收缩。共同收缩决定的刚度矩阵不为零,从而修正了 Tee 等<sup>[19]</sup>提出模型(以下简称 Tee 模型)的刚度椭圆单调变化的不足。

### 1 模型

本文所用的手臂肌肉骨骼模型与 Kashima<sup>[8]</sup>一致,如图1所示。标号的数字 1#~6# 代表6块肌肉,  $m_1$  和  $l_1$  分别代表上臂的质量和长度,  $m_2$  和  $l_2$  分别代表前臂的质量和长度,  $l_{c1}$  代表上臂的重心位置,  $l_{c2}$  代表前臂的重心位置,  $\theta_1$  和  $\theta_2$  代表关节角,其动力学方程为:

$$M(\theta)\ddot{\theta} + h(\theta, \dot{\theta}) = \tau \quad (5)$$

式中,  $M$  为手臂惯性矩阵;  $h$  为离心力和科里奥利力项(简称为科氏力,在旋转体系中,对作直线运动的质点由于其惯性相对于旋转体系而产生的直线运动的偏移所进行的一种描述);  $\tau$  为肌肉产生的力矩。

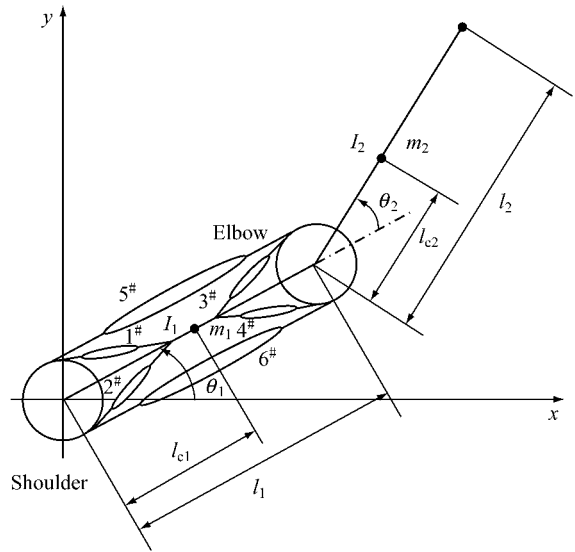


图1 双关节手臂肌肉骨骼模型  
Fig.1 muscle-skeleton model

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= a_{1s}p_1 - a_{2s}p_2 + a_{5s}p_5 - a_{6s}p_6 \\ \tau_2 &= a_{3e}p_3 - a_{4e}p_4 + a_{5e}p_5 - a_{6e}p_6 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中,  $a_{i,j}$  为力臂, 1~6 为肌肉标号; 下标  $s$  代表肩部力臂,  $e$  代表肘部力臂。

$$p_i = f_i \frac{1 - \dot{\theta}/\dot{\theta}_{\max}}{1 + 4\dot{\theta}/\dot{\theta}_{\max}}, \quad \dot{\theta} \geq 0 \quad (7)$$

$$p_i = f_i \frac{1 - 10.17\dot{\theta}/\dot{\theta}_{\max}}{1 - 4.24\dot{\theta}/\dot{\theta}_{\max}}, \quad \dot{\theta} < 0$$

式(7)为屈肌肌肉力与肌肉活性的关系,  $p_i$  为肌肉力。  $\theta$  为关节角,  $\dot{\theta}_{\max}$  为关节最大旋转速度。

$$p_i = f_i \frac{1 + 10.17\dot{\theta}/\dot{\theta}_{\max}}{1 + 4.24\dot{\theta}/\dot{\theta}_{\max}}, \quad \dot{\theta} \geq 0 \quad (8)$$

$$p_i = f_i \frac{1 + \dot{\theta}/\dot{\theta}_{\max}}{1 - 4\dot{\theta}/\dot{\theta}_{\max}}, \quad \dot{\theta} < 0$$

式(8)为伸肌肌肉力与肌肉活性的关系,  $p_i$  为肌肉力。

最优控制准则为各肌肉神经信号的平方和对时间的积分最小:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^f \sum_{i=1}^6 u_i^2 dt \quad (9)$$

为了处理 Tee 模型中自由运动时没有考虑共同收缩阻抗的问题,手臂参数  $m_1, l_1, m_2, l_2, l_{c1}, l_{c2}$  等参数均使用 Tee 等研究<sup>[19]</sup>中的参数,其他参数 Tee 等

均没有涉及。由于 Kashima<sup>[8]</sup> 的手臂参数与 Tee 等的研究<sup>[19]</sup> 相差较大,故其他参数使用力臂参数与 Tee 等的研究<sup>[19]</sup> 接近的 Ohta<sup>[22]</sup> 参数,  $a_{1s} = 0.044$ ;  $a_{2s} = 0.041$ ;  $a_{3e} = 0.024$ ;  $a_{4e} = 0.017$ ;  $a_{5s} = 0.025$ ;  $a_{6s} = 0.022$ ;  $a_{5e} = 0.037$ ;  $a_{6e} = 0.02$ , 单位为 m。  $\dot{\theta}_{\max}$  屈肌为 22 rad/s, 伸肌为 28 rad/s。

## 2 数值模拟与比较

手臂运动的方式,其工作范围与 Tee<sup>[19]</sup> 以及

Gomi<sup>[12]</sup> 实验一致,肩部为坐标原点,身体正对方向为  $y$  轴,右侧垂直  $y$  轴方向为  $x$  轴。水平运动从  $(-0.2 \text{ m}, 0.45 \text{ m}) \sim (0.2 \text{ m}, 0.45 \text{ m})$ , 竖直运动从  $(0 \text{ m}, 0.3 \text{ m}) \sim (0 \text{ m}, 0.55 \text{ m})$ , 持续时间均为 1 s。方程(4) ~ (8) 化为状态空间的形式,使用 Tomlab 软件按式(9) 的优化准则对其进行最优控制计算,隔点数取 50,得到的关节轨迹、末端轨迹、末端速度和各肌肉活性如图 2 所示。

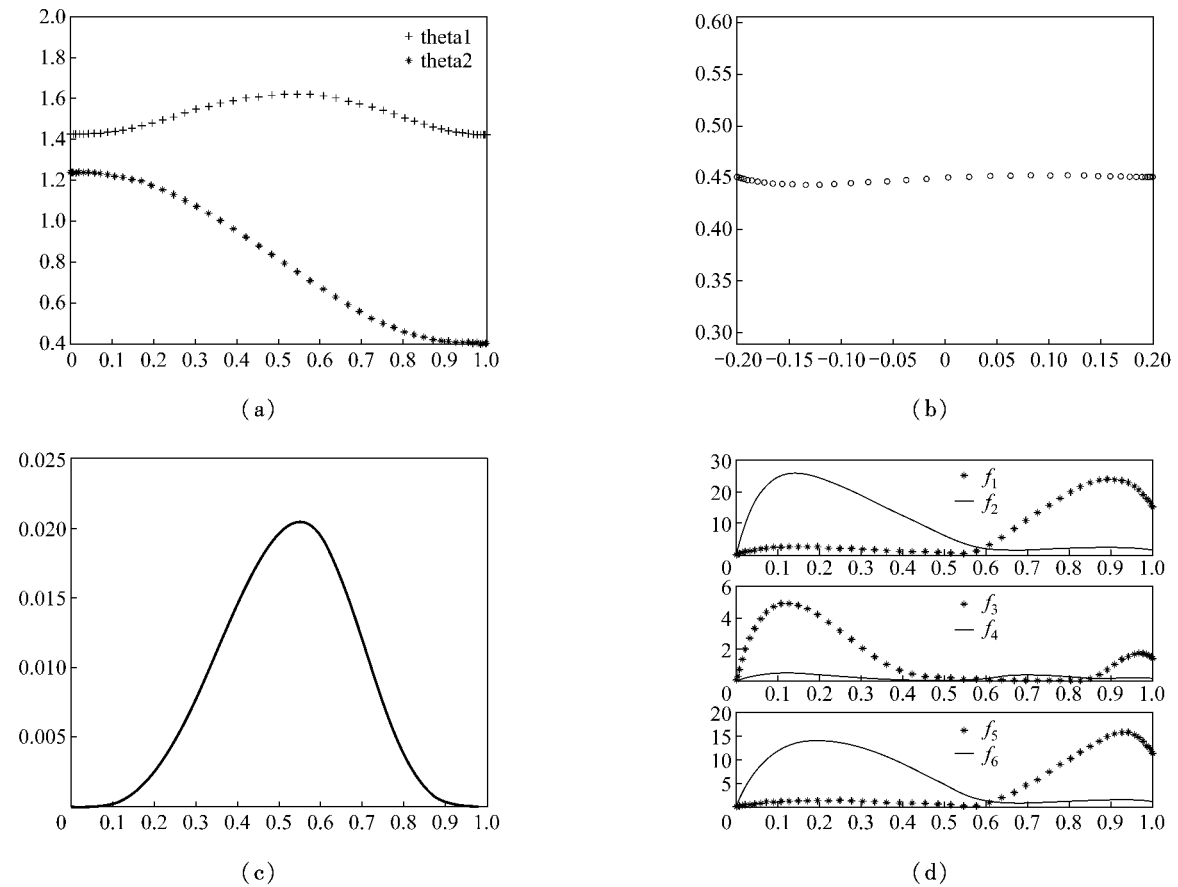


图 2 数值模拟结果 (a) 关节轨迹,(b) 末端轨迹,(c) 末端速度和(d) 各肌肉活性图

Fig.2 Numerical simulation result (a) joint angles, (b) trajectory, (c) velocity, (d) muscle activities

从图 2(b,c) 中可以看出,运动轨迹近似为一条直线,速度曲线为钟型曲线,完全符合实验结果,而在 Tee 模型轨迹生成中采用的是拟合公式,其结果完全是一条直线,这在实际的生理学意义上是不可能的。此外,图 2(d) 中,星型线代表屈肌,普通线代表伸肌,可以看出明显的肌肉协同工作,不仅一对屈

伸肌在加速和减速阶段存在协同,并且在肩部、肘部和双关节的伸肌和屈肌在同一时间段也存在协同配合,使手臂伸展。

协同收缩产生的阻抗仍沿用 Tee 模型的方法,优化出的相关量代入 Tee 模型\*,其他条件均与 Tee 的研究<sup>[19]</sup> 相同,得到水平运动的阻抗椭圆图,如图

3(a)所示;而 Tee 等给出的原图如图 3(b)所示<sup>[19]</sup>。

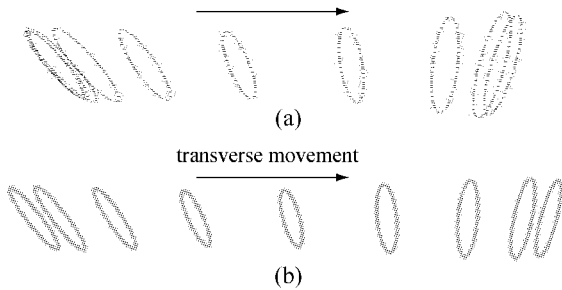


图3 水平运动刚度图  
Fig.3 Stiffness ellipse during horizontal movement

由于采样时间和个数不同,可能略有差异,但还是较为相似的,这说明本文协同收缩部分与原文相符。图4所示为 Tee 计算出的图与 Gomi<sup>[12]</sup>实验图的比较,可见临近末尾时 Tee 模型算出的刚度椭圆偏小。

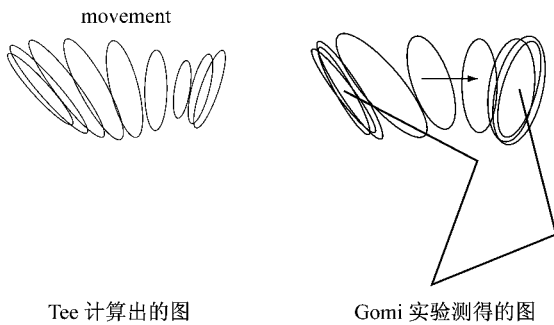


图4 Tee 模型计算出的图与实验图比较  
Fig.4 Comparison between Tee model and experiment

另外, Gomi<sup>[12]</sup>在实验时共测了3幅图,如图5所示。综合3幅图比较可以看出, Tee 模型算出的椭圆在运动中的倾斜程度也比实验大一些。

本文认为上述不足是由于 Tee 等<sup>[19]</sup>认为自由运动时没有共同收缩,共同收缩矩阵  $K_i$  各元素为零

Tee 模型核心基于如下方程:

$$K = K_q(l \tau_{FF} l) + J^T K_i J$$

前1项为协同收缩共同阻抗项,其阻抗与关节转矩成正比,参见 Gomi 和 Osu<sup>[13]</sup>的经验公式,后1项为共同收缩阻抗项,本文用 Kashima 模型计算出的轨迹,速度,加速度数据代入转矩求取公式,进一步求出协同收缩项,用 Kashima 模型计算出的肌肉共同收缩通过本文分析得出后一项共同收缩项。

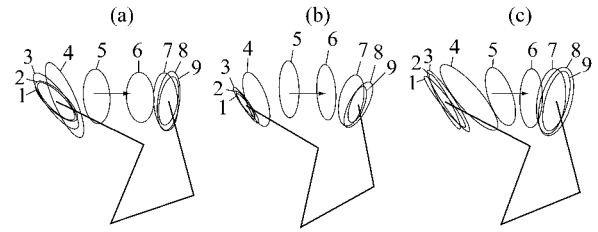


图5 实验测得的3幅刚度椭圆图  
Fig.5 Experimental data

造成的(注:本文  $K_i$  为关节空间表示,相当于 Tee 等<sup>[19]</sup>研究的  $J^T K_i J$ )。本文由 Kashima<sup>[7]</sup>中理论计算与实际测量有明显误差得到启发,认为即使是在无外力场的自由运动下,也存在共同收缩,而 Kashima<sup>[8]</sup>加入的相互作用项恰好可以用来计算共同收缩矩阵。为了进一步讨论,本文从图2(d)中提取出共同收缩的部分重绘,结果如图6所示。

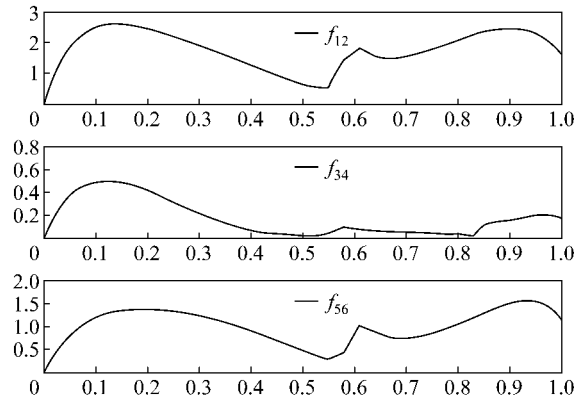


图6 肌肉共同收缩图  
Fig.6 Co-contraction of muscles

根据 Franklin<sup>[27]</sup>,共同收缩矩阵具体可表示为  
$$K_i = [K_s + \lambda \times K_b \quad K_b; K_b \quad K_e + 1/\lambda \times K_b]$$
 (10)

式中,  $K_s$  为肩部共同收缩造成的阻抗;  $K_e$  为肘部共同收缩造成的阻抗;  $K_b$  为双关节肌肉共同收缩造成的阻抗;  $\lambda$  为双关节肌肉在肩关节力臂与在肘关节力臂的比值,这里用  $(a_{5s} + a_{6s}) / (a_{5e} + a_{6e})$  计算得到  $\lambda$  为 31/38。又根据 Osu 等<sup>[23]</sup>研究,刚度与共同收缩的肌肉活性在运动条件一致的情况下近似成正比,自由运动下共同收缩的阻抗用下式表示:

$$K_i = m \times \begin{bmatrix} f_{12} + \lambda \times f_{56} & f_{56} \\ f_{56} & f_{34} + 1/\lambda \times f_{56} \end{bmatrix} \quad (11)$$

图7所示为Burdet<sup>[18]</sup>在随水平位置变化的不稳定力场(DF)下测得的肌肉共同收缩活性的适应情况,横坐标为适应性训练次数,由Franklin<sup>[27]</sup>所述,该力场主要是双关节肌肉biarticular(图1中的肌肉5,6)的共同收缩起作用。100次训练后biarticular共同收缩值约为7,按照Burdet<sup>[14]</sup>实验条件,持续时间600ms,向体外侧伸臂运动,通过Kashima模型计算得出biarticular在运动中点时共同收缩约为2,又根据Franklin<sup>[27]</sup>所述,Burdet在此条件下中点时学习完成后共同收缩阻抗增加约20 N·m/rad,但Franklin的实验持续时间700ms,在此时间下Kashima模型计算得出biarticular在中点时共同收缩约为1,故估算*m*应该在20×2/7和20×1/7之间,即3~6之间。

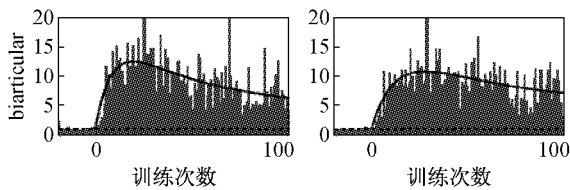


图7 双关节肌肉活性学习变化图  
 Fig.7 Changes of muscle activity by learning

为了说明无外力场自由运动下增加了 $K_i$ 的效果,将单纯的协同收缩阻抗刚度图和 $K_i$ 刚度图以及两者结合的刚度图放在同一幅图中进行比较,见图8。

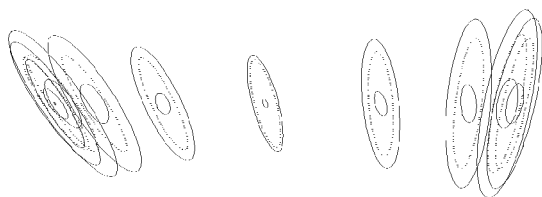


图8 多刚度椭圆比较  
 Fig.8 Comparison of ellipses

图中,最小的实线椭圆为 $K_i$ 计算得到,深度较浅的椭圆为 $K_q$ 计算得到的,最外围的实线椭圆为结合两者而得到的椭圆,可以看到中间右侧 $K_i$ 椭圆向左倾斜,中间左侧 $K_i$ 椭圆向右倾斜,使 $K_q$ 的刚度椭圆倾斜的斜度减小,结尾处增大了 $K_q$ 的刚度椭圆,但由于 $K_i$ 计算出的刚度椭圆总体相对较小,所以还

是 $K_q$ 决定的刚度椭圆对总体做出主要贡献。

共同收缩阻抗的作用可以在对竖直内向运动的数值模拟中更明显的看到,本文模型结果与Tee模型结果和Gomi<sup>[12]</sup>实验结果对照如图9所示。

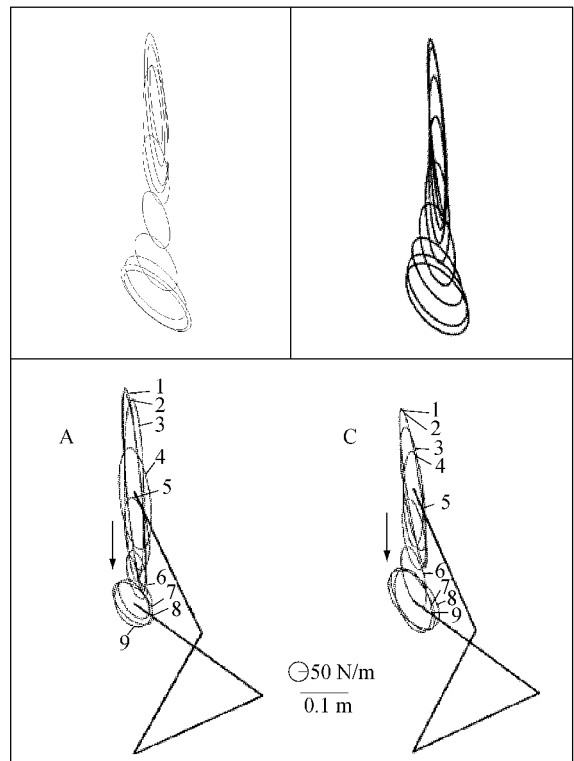


图9 数值模拟图与实验图  
 Fig.9 Comparison between simulation and experiment

图9左上图是本文数值模拟图,右上图为Tee数值模拟图,下图是Gomi<sup>[8]</sup>实验图。值得指出的是,Gomi<sup>[8]</sup>实验图在开始至中间阶段会有一个比较鼓的椭圆,然后又变窄,最后又变鼓,而Tee模型数值模拟出的结果从开始到结束是一直单调地由窄变鼓的。然而用Tee模型得不到图9下图中4~5之间的椭圆突然变宽的情况,但这可以由相应的共同收缩图清晰的看出来,在开始之后共同收缩刚度椭圆有明显增加,如图10所示。

总体来说,竖直运动下手臂共同收缩要比水平运动情况下小,平均约为后者的1/2,协同收缩刚度起主要作用的。

### 3 结论

Kashima<sup>[8]</sup>为了弥补文献[7]理论与实验的误

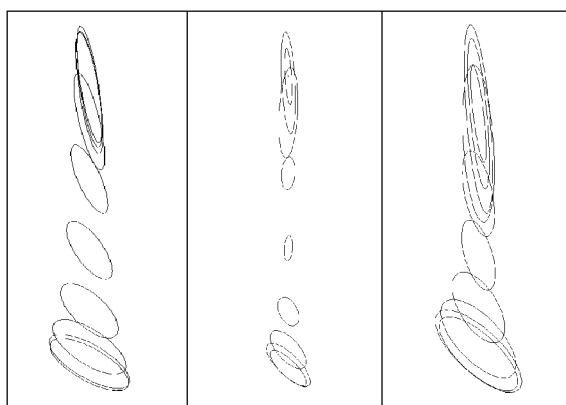


图10 多刚度椭圆图

Fig.10 Multi-ellipses comparison

差,在原有基于最小神经指令标准的方程中加入了拮抗肌相互激活作用项,但没有涉及共同收缩阻抗。Tee模型提出了协同收缩刚度与共同收缩刚度的划分,但认为稳定环境下的手臂平面运动不存在共同收缩阻抗。Darainy等<sup>[25-27]</sup>也只在不稳定力场条件下才讨论共同收缩阻抗,而本文提出即使在自由运动这种最基本的稳定环境下也存在共同收缩阻抗。

即使从直观的角度看,手臂自由运动肌肉没有共同收缩是不实际的。本文运用神经肌肉骨骼模型及最优控制方法,综合文献,推导出共同收缩阻抗,修正了Tee模型的不足,通过数值模拟得到与实验结果符合得更好的刚度椭圆图。

从实际意义上来说,近期研究表明<sup>[28]</sup>,共同收缩阻抗能够抑制内部神经噪声和外部干扰,对手臂运动任务完成的准确性和稳定性都有着重要的作用。本文说明即使在自由运动中手臂为了保持一定程度的精确稳定的运动,也可能会使用共同收缩的阻抗机制。值得说明的是,Selen<sup>[28]</sup>指出共同收缩水平要大于10%左右,手臂关节运动可变性才会与拮抗肌共同收缩成单调递减关系。也许人在控制手臂运动中采取这样一种策略,先增加约10%的共同收缩,然后在此基础上对于不同任务环境再进行阻抗调控,这样由于单调关系控制起来会更方便些。果真如此的话,也许可以成为相互作用项取0.1的物理解释。

#### 参考文献:

[1] Flash T, Hogan N. The co-ordination of arm movements:

an experimentally confirmed mathematical model [J]. *J Neurosci*, 1985, 5: 1688-1703.

[2] Uno Y, Kawato M, Suzuki R. Formation and control of optimal trajectory in human multi-joint arm movement [J]. *Biol Cybern*, 1989, 61: 89-101.

[3] Kawato M. Feedback-error-learning neural network for supervised learning [J]. *Neural Comput*, 1990: 365-372.

[4] Uno M, Suzuki R, Kawato M. Minimum muscle tension change model which produces human arm movement [C]// *Proceedings of the 4th Symposium on Biological and Physiological Engineering*. 1989: 299-302.

[5] Dornay M, Uno Y, Kawato M, Suzuki R. Minimum muscle-tension change trajectories predicted by using a 17-muscle model of the monkey's arm [J]. *J Motor Behav*, 1996, 28(2): 83-100.

[6] Kashima T, Isurugi Y. Trajectory formation based on physiological characteristics of skeletal muscles [J]. *Biol Cybern*, 1998, 78: 413-422.

[7] Kashima T, Isurugi Y, Shima M. Analysis of a muscular control system in human movements [J]. *Biol Cybern*, 2000, 82: 123-131.

[8] Kashima T, Isurugi Y, Shima M. Control characteristics of a neuromuscular system in reaching movements [J]. *SICE2004*.

[9] Hogan N. Impedance control: an approach to manipulation [J]. *ASME J Dyn Sys*, 1985, 107: 1-7.

[10] Mussa-Ivaldi FA, Hogan N, Bizzi E. Neural, mechanical, and geometric factors subserving arm posture in humans [J]. *J Neurosci*, 1985, 5(10): 2732-2743.

[11] Tsuji T, Morasso PG, Goto K, Ito K. Human hand impedance characteristics during maintained posture [J]. *Biol Cybern*, 1995, 72(6): 475-485.

[12] Gomi H, Kawato M. Human arm stiffness and equilibrium point trajectory during multi-joint movement [J]. *Biol Cybern*, 1997, 76(3): 163-171.

[13] Gomi H, Osu R. Task-dependent viscoelasticity of human multijoint arm and its spatial characteristics for interaction with environments [J]. *J Neurosci*, 1998, 18: 8965-8978.

[14] Burdet E, Osu R, Franklin DW, Milner TE, Kawato M. The central nervous system skillfully stabilizes unstable dynamics by learning optimal impedance [J]. *Nature*, 2001, 414: 446-449.

[15] Gribble PL, Ostry DJ, Sanguineti V, and Laboissiere R. Are complex control signals required for human arm movement? [J] *J Neurophysiol*, 1998, 79: 1409-1424.

[16] Stroeve S. Impedance characteristics of a neuromusculoskeletal model of the human arm I. Posture control [J]. *Biol Cybern*, 1999, 81: 475-494.

[17] Stroeve S. Impedance characteristics of a neuromusculo-

- skeletal model of the human arm II. Movement control [J]. *Biol Cybern*, 1999, 81: 495-504.
- [18] Burdet E, Franklin DW. How are internal models of unstable tasks formed? [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Engineering in Medicine and Biology, 2004.
- [19] Tee KP, Burdet E, Chew CM, Milner TE. A model of force and impedance in human arm movements [J]. *Biol Cybern*, 2004, 90: 368-375.
- [20] Massone LLE, Myers JD. The role of plant properties in arm trajectory formation: a neural network study [J]. *IEEE Trans Syst Man Cybern*, 1996, 26: 719-732.
- [21] Karniel A, Inbar G.F. A model of learning human reaching movements [J]. *Biol Cybern*, 1997, 77: 173-183.
- [22] Ohta K, Mikhail M, ZhiWei Luo. Optimal trajectory formation of constrained human arm reaching movements [J]. *Biol Cybern*, 2004, 91: 23-36.
- [23] Osu R. Optimal impedance Control for task achievement in the presence of signal-dependent noise [J]. *J Neurophysiol*, 2004, 10: 1152.
- [24] Franklin DW, Osu R, Burdet E, *et al.* Adaptation to stable and unstable dynamics achieved by combined impedance control and inverse dynamics model [J]. *J Neurophysiol*, 2003, 90: 3270-3282.
- [25] Darainy M, Malfait N, Gribble P L, *et al.* Learning to control arm stiffness under static conditions [J]. *J Neurophysiol*, 2004, 92: 3344-3350.
- [26] Darainy M, Towhidkhal F, Ostry D J. Control of hand impedance under static conditions and during reaching movement [J]. *J Neurophysiol*, 2007, 97(4): 2676-2685.
- [27] Franklin DW, Liaw G, Milner TE, *et al.* Endpoint stiffness of the arm is directionally tuned to instability in the environment [J]. *J Neurosci*, 2007, 27(29): 7705-7716.
- [28] Luc Selen, Peter J Beek. Can co-activation reduce kinematic variability? A simulation study [J]. *Biol Cybern*, 2005, 93: 373-381.

(上接第 413 页)

- [6] Zhou JP, Cunha AL, Do MN. Nonsub-sampled contourlet transform construction and application in enhancement [C]//Genova, Italy: IEEE Int. Conf. Image Proc, 2005: 469-472.
- [7] Starck J, Candes J, Donohon DL. The curvelet transform for image denoising [J]. *IEEE Trans. Image Proc*, 2002, 11(6): 131-141.
- [8] Wang Wei, Yang Xin. A modified multiphase level set evolution scheme for aerial image segmentation [J]. *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 2007, 21(7): 1195-1212.
- [9] Do MN, Vetterli M. Pyramidal directional filter banks and curvelets [C]//Thessaloniki, Greece: IEEE Int. Conf. on Image Proc., 2001.
- [10] Pennec EL, Mallat S. Sparse geometric image representation with bandelets [J]. *IEEE Trans. Image Proc.*, 2005 (14): 423-438.
- [11] Skodras A, Christopoulos C, Ebrahimi T. The JPEG 2000 still image compression standard [J]. *IEEE Signal Proc. Mag.*, 2001, (18): 36-58.
- [12] Vetterli M. Wavelets, approximation and compression [J]. *IEEE Signal Proc. Mag.*, 2001, 18(5): 59-73.
- [13] Phoong SM, Kim CW, Vaidyanathan PP, *et al.* A new class of two-channel biorthogonal filter banks and wavelet bases [J]. *IEEE Trans. Signal Proc.*, 1995 (43): 649-665.